I -312　トラス構造物の分割設計に関する二，三の考察

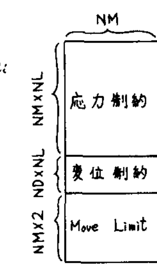
徳島大学　正員　宇都宮英彦
徳島大学　正員○沢　田　勉
日建設計　正員　尾ノ井幸彦

1．序　論

構造物の最適設計の実用化を阻む問題は，設計変数と制約条件の数の増大に起因する場合が多い。このような問題点を解決する1つの方法として，文献(1)に提案されているような分割法がある。分割法とは，構造物をいくつかの副構造物（Sub-structure）に分割して，各副構造物単位に最適化を行なう1つのサイクルを何回かくり返すことにより，構造全体としての最適解を求める手法である。分割法を適用すると，最適問題は低次元化され，各副構造物の最適解は容易に得られるが，全体としての解が収束するまでに要するくり返し回数が増大する場合がある。また，文献(1)の分割法では制約条件としてダンピング効果（Damping Effect）を有する制約（トラス構造物では応力）のみが考慮され，ダンピング効果を有しない制約（トラス構造物では格点変位の制約）がある場合には，この方法は用いられない。　本研究では，数理計画法としてＳＬＰ法を用い，分割法における上述の問題点を解決する1つの方法として，最適解を求める過程の各段階において，線形化された制約条件を，ダンピング効果を有するものと有しないものとに区別して取り扱い，すべての制約条件式を分割することにより，能率よく最適解を求める方法を提案した。　さらに，この手法をトラス構造物の最適設計に適用し，数値計算の結果について二，三の考察を加えた。

2．トラス構造物の最適設計

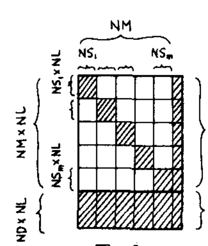
トラス構造物の最適設計において，本研究では，設計変数として部材断面積（部材断面のサブオプティミゼーション考慮）A_iのみを考え，目的関数は構成部材の全容積とした。　また，制約条件としては，応力，格点変位，細長比，およびMove Limitの制約を考えた。細長比の制約は部材断面積の変化量の下限として，Move Limitに含めた。　最適化の過程の各段階において，線形化された制約条件を図式化すると図－1のようになる。図－1において，NM=部材数，NL=荷重系の数，ND=制約をうける変位の数である。　本研究では，分割法を適用する便宜上，Move Limitの制約，$\xi_{li} \leqq \Delta A_i \leqq \xi_{ui}$　（$i=1, NM$）を，$0 \leqq \Delta A_i - \xi_{li} \leqq \xi_{ui} - \xi_{li}$　と変形し，$\Delta x_i = \Delta A_i - \xi_{li}$，$\xi_i = \xi_{ui} - \xi_{li}$とおいて，$0 \leqq \Delta x_i \leqq \xi_i$のように変数変換した。このような変換をすると，シンプレックス法を適用する場合，Move Limitの下限は不必要となり，さらに上限も，文献(2)の有界変数のアルゴリズムを用いて除去できる。このことは，シンプレックス表を分割して解を求める本研究の手法において有効となる。以上のような変数変換を行った後のシンプレックス表を図式化したものを図－2に示す。



図－1

3．分割法について

文献(1)の分割法を概述すると次のようになる。いま，構造物をいくつかの副構造物に分割して，設計変数を各副構造物に含まれるサブベクトルに分ける。最適問題を解析するある段階において，各副構造物の最適解は，その副構造物に含まれるサブベクトルのみを考慮して，ある収束基準を満足するような解として得られる。その際，他の副構造物に含まれる設計変数は一定に保たれる。そのようにして，全ての副構造物の最適化がなされたとき，構造物全体としての最適化の過程の1サイクルが終る。このようなサイクルをくり返し，全体としての解がある収束基準を満足した場合に最適解が得られることになる。このような分割法の根拠になるのは，状態変数のダンピング効果である。一般に，あ



図－2

る設計変数の変化は全ての状態変数に影響を与える。しかし，経験的，または，物理的考察により，ある設計変数の変化は，その設計変数から離れた点における状態変数に対してはそれほど影響を与えない。このような性質をダンピング効果とよび，分割法では，このような性質を利用して，ある副構造物の最適化の際，その副構造物に含まれる設計変数のみを考えることにより解を求めるのである。ところが，上述の分割法を用いると，構造全体としての解が収束するまでのくり返し回数が増大する場合があり，また，ダンピング効果を有しない制約条件には適用できない。そこで，本研究では，全ての制約条件をダンピング効果を有するものと有しないものとに区別して取り扱い，上述の問題を解決した。以下にその概要を述べる。いま，図-2 に示すような制約条件をダンピング効果を有する制約（応力制約）と有しない制約（変位制約）に分ける。まず，応力制約のみに注目し，これを各副構造物単位に分割すると，図-2 の応力制約の部分の斜線のようになる。次に，格点変位の制約を考える。この制約はダンピング効果を有しないため，応力制約のように単純に分割することはできない。しかし，右辺の定数項を何らかの方法で各副構造物に配分できれば，応力制約と変位制約の両者を同時に分割して解を求めることができる。最適化の過程のあるサイクルで線形化された変位制約は次式で与えられる。

$$\sum_{j=1}^{NM}\frac{\partial U_{\ell k}}{\partial A_j}\cdot\Delta A_j \leqq U_{\ell a}-U^{\circ}_{\ell k}\ ,\quad (\ell=1, ND,\quad k=1, NL) \tag{1}$$

ここで，$U_{\ell k}$ = 第 k 荷重による ℓ 番目の格点変位，$U_{\ell a}$ = 許容変位量である。式(1)を次の形に変形する。

$$\sum_{j_n=1}^{NS_n}\frac{\partial U_{\ell k}}{\partial A_{jn}}\cdot\Delta A_{jn} \leqq U^{n}_{\ell a}\ ,\quad \sum_{n=1}^{m} U^{n}_{\ell a}=U_{\ell a}-U^{\circ}_{\ell k}\ ,\ (\ell=1, ND,\ k=1, NL,\ n=1, m) \tag{2}$$

ここで，m = 副構造物の数，NS_n = 第 n 副構造物に含まれる設計変数の数である。ところが，格点変位制約の定数項の各副構造物への配分量 $U^{n}_{\ell a}$ を求めることは困難である。したがって，ここでは，その近似的な方法として，式(1)の格点変位の制約のみを条件として解を求め，求められた部材断面積の変化量 ΔA_j を式(2)の左辺に代入して，配分量 $U^{n}_{\ell a}$ の近似値とした。このようにして，配分量 $U^{n}_{\ell a}$ の近似値が決定されると，全ての制約条件は各副構造物に分割でき，それぞれの副構造物の最適問題をシンプレックス法により解くことにより，そのサイクルにおける解が得られる。上述の方法の妥当性を２次元の問題で説明する。いま，x_1，x_2 なる設計変数をもつ最適問題を，x_1 のみ，x_2 のみを設計変数とする２つの副問題に分割する。図-3 は，応力制約が強い場合と，変位制約が強い場合について示している。図において，直線①②は応力制約，③は変位制約，④⑤は Move Limit の制約，⑥は目的関数，X° は初期点を示す。あるサイクルでの解を求める順序は，(1)変位制約のみを条件として目的関数を最小にすると，点Bが得られる。この解Bに基づいて，変位配分量 $U^{1}_{\ell a}$，$U^{2}_{\ell a}$ を決定すると，各副構造物における分割された変位制約は直線⑦の右側，および直線⑧の上側になる。(2)分割された応力制約は，副構造物１，２について，直線⑦の右側，直線⑧の上側になり，変位制約を同時に考慮すると，解として点Cが得られる。点Cは，このサイクルの真の解Aとはわずかに異なるが，もともと制約条件の線形化には近似が含まれているから，点Cをこのサイクルの解とするわけである。変位制約が強い場合の図-(b)は Move Limit が非常に大きい場合を示しているが，Move Limit が小さい場合には，近似解は点A に一致する。以上のようにして，各サイクルのシンプレックス表を分割することにより，そのサイクルの近似解が求められ，このようなサイクルをくり返すことにより，能率よく最適設計を行なうことができる。

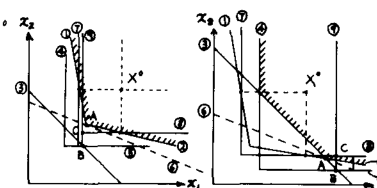


図-3

4．数値計算，および考察

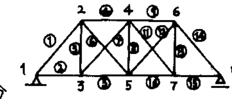


図-4

図-4 に示すようなトラス構造物の最適設計を行った。分割の仕方は，１分割，２分割，４分割，15分割の４通りを考えた。異った分割の仕方に対し，同一の最適解が得られ，本研究での分割法の妥当性が実証できた。このような分割法を適用した場合，最適解を得るまでのくり返し回数は，全ての分割について殆んど同じであり，分割した場合には，計算時間がかなり短縮された。

〔参考文献〕
(1) Uri-Kirsch "Optimum Design by Partitioning into Substructure", ASCE, vol. 98, ST1, 1972, P.249，(2) S.I.Gass, 小山訳 "線形計画法", P.229