

京都大学大学院 学生員 小池 武
 京都大学工学部 正員 亀田 弘行

1. まえがき

本研究はランダムな動的外力を受ける構造物の塑性疲労破壊に対する信頼性解析を行ったものである。ここでは、静的外力に対する破壊問題に対して Ang, Cornell, Lind による、展開された信頼性評価の1次近似理論を動的外力による構造物破壊に対する信頼性評価に適用し、構造物モデルを構成する各要素のランダム性を考慮しうる一つの方法を提案しようとするものである。本研究で取り扱う定常ホワイトノイズ加振を受ける1自由度完全弾塑性系の塑性変形および塑性変形発生回数に関する確率統計量は、Karnopp & Scharston²⁾の方法による線形応答からの推定値で評価した。

2. 塑性変形量の推定

ある瞬間に降伏レベル σ_y を交差して出現する塑性変形量の期待値 $E[y]$ は、Karnopp & Scharston²⁾の方法によれば、系の応答変位標準偏差 σ_x および応答レベル $r = \sigma_x / \sigma_y$ を用いると次式で与えられる。

$$E[y] = \sigma_x / (2r) \quad \text{----- (1)}$$

一方、レベル σ_y を横切って発生するクラックの発生回数 λ_a は、Vanmarcke³⁾により次式で与えられている。

$$\lambda_a = 2\nu_a / N_c = 2\nu_0 \exp[-\frac{r^2}{2}] \{1 - \exp[-\sqrt{\pi/2} r \rho]\} \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 ν_0 , ν_a : 単位時間当りの零レベルおよびレベル σ_y を交差回数, N_c : 平均クラックサイズ, ρ : スペクトルパラメータ。

Vanmarckeの方法にしたがって、塑性変形のクラック発生回数が λ_a で近似できると仮定すれば、単位時間中に発生する塑性変形の期待値 λ は次式で与えられる。

$$\lambda = \lambda_a / (1 - P_0)^2, \quad P_0 = [1 - \text{erf}(\sqrt{\pi} h / 2 r)] / 2 \quad \text{--- (3)}$$

ここに、 h : 系の減衰定数

3. 累積損傷度

疲労寿命予測に汎用されている線形累積損傷則を塑性疲労破壊標準として採用する。このとき、時刻 T における塑性疲労破壊に対する期待損傷度 $E[D(T)]$ は、定常入力に対して次式で表わされる。

$$E[D(T)] = \lambda_a \cdot T \int_0^\infty f_s(x) / N(x) dx = (N_0 / N_a) G[r, h] I[r, h] \quad \text{----- (4)}$$

$$G[r, h] = \lambda_a / \nu_0, \quad I[r, h] = \int_0^\infty (1+x)^h f_s(x) dx, \quad N \sigma^h = C \quad \text{----- (5)}$$

ここに、 s : 無次元塑性振幅, $f_s(x)$: s の確率密度, $N_0 = T \nu_0$, N_a : 降伏レベル振幅一定載荷試験による疲労破壊回数, h , C : 供試体の $S-N$ 関係を与える材料定数, $N_a = C (s = 1)$

また、累積損傷度 $D(T)$ の変動係数 $\delta_{D(T)}$ は次式で表わされる。

$$\delta_{D(T)} = \sqrt{(I[r, 2h] / I[r, h])^2 - 1} \quad \text{----- (6)}$$

4. 塑性疲労破壊に対する信頼性解析

塑性疲労破壊は累積損傷度 $D(T)$ が限界損傷度 D_{cr} を超過したとき発生するから、その破壊確率 P_f は次式で定義される。

$$P_f = P[D_{cr} < D(T)] \quad \text{----- (7)}$$

式(7)に Ang & Cornell⁴⁾ による1次近似理論を適用するために、ラングラム変数 $Z = \ln D_{cr} / D(T)$ を導入すると次式を得る。

$$P_f = P[Z \leq 0] = P[\xi \leq -\mu_Z / \sigma_Z] \quad \text{----- (8)}$$

こゝに、 ξ : Z の正規化したラングラム変数、 μ_Z : ラングラム変数 Z の平均値、 $\mu_Z \cong \ln \mu_{D_{cr}} / \mu_{D(T)}$ 、 $\sigma_Z \cong \sqrt{\delta_{D_{cr}}^2 + \delta_{D(T)}^2}$ 、 $\delta_{D_{cr}}$ 、 $\delta_{D(T)}$: D_{cr} 、 $D(T)$ の変動係数。

いま、 ξ が正規分布に従うと仮定すると、式(8)は正規分布関数を用いて次式で与えられる。

$$P_f \cong 1 - \Phi \left[\left(\ln \mu_{D_{cr}} / \mu_{D(T)} \right) / \sqrt{\delta_{D_{cr}}^2 + \delta_{D(T)}^2} \right] \quad \text{----- (9)}$$

式(9)を変形して式(4)に代入すると、ラングラム疲労に対するS-N関係が次のように得られる。

$$\frac{\mu_{N_0} / \mu_{N_a}}{\mu_{D_{cr}}} \cong \frac{1}{G[\mu_r, \mu_h] I[\mu_r, \mu_h]} \exp \left[-\Phi^{-1}(1 - P_f) \sqrt{\delta_{D_{cr}}^2 + \delta_{D(T)}^2} \right] \quad \text{----- (10)}$$

こゝに、 μ_x 、 δ_x は、それぞれ x の平均値、変動係数を表わす。

累積損傷度 $D(T)$ の変動係数 $\delta_{D(T)}$ は、構成パラメータ r 、 h 、 c 、 h 、 ν_0 、 ν_0 における各変数に付する条件付変動係数として式(6)以外に、ラングラムパラメータ r 、 h 、 c 、 h 、 ν_0 における各変動係数の累積の影響を考慮することから次式の形で表現することもできる。

$$\delta_{D(T)}^2 \cong E[\delta_{D(T)}^2 | x] + \delta_{\nu_0}^2 + \delta_c^2 + K_r \delta_r^2 + K_h \delta_h^2 + K_h \delta_h^2 + 2K_r \rho_{r\nu_0} \delta_r \delta_{\nu_0} + 2K_r K_h \rho_{rh} \delta_r \delta_h \quad \text{---- (11)}$$

こゝに、 $\delta_{D(T)}^2 | x$ は式(6)、 $K_r = [1/G \cdot \partial G / \partial r + 1/I \cdot \partial I / \partial r]$ 、 $K_h = [1/I \cdot \partial I / \partial h]$ 、

$K_h = [1/G \cdot (\partial G / \partial h + \partial G / \partial g \cdot \partial g / \partial h) + K_r \partial r / \partial h]$ 、 ρ_{xy} : x 、 y の相関係数、 $[]$: 平均値での評価

5. 計算例

Fig. 1 に示すH型鋼片持梁を想定する。応答レベル r 、変動係数 δ_r 、 δ_{ν_0} は次式で与えられる。ただし、 L : 高さ、 H : 断面幅、 I_x : 断面2次モーメント、 W : 重量、 S_0 : スベクトル強度、 S_f : 降伏応力、 g : 重力加速度、 E : 弾性定数、 ν_0 : 減衰定数

$$r = (72g^2 E / \pi) \cdot (S_f \cdot h \cdot I_x^2 / S_0 \cdot H W^2 L^7) \quad \text{---- (12)}$$

$$\delta_r^2 \cong 49 \delta_L^2 + 9(\delta_{I_x}^2 + \delta_W^2) + \delta_{S_f}^2 + \delta_h^2 + \delta_{S_0}^2 + \delta_H^2 \quad \text{---- (13)}$$

$$\delta_{\nu_0}^2 \cong 9 \delta_L^2 + \delta_{I_x}^2 + \delta_W^2 \quad \text{---- (14)}$$

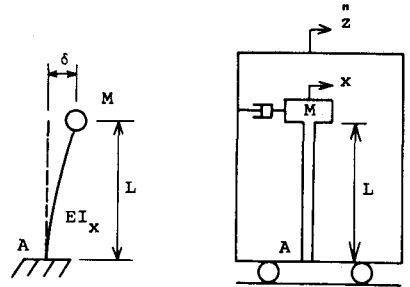


Fig. 1

式(13)、(14)を式(10)、(11)に代入すれば、Fig. 2 に示すラングラム入力に対する塑性疲労破壊のS-N曲線 ($P_f = 0.5$) が得られる。

Fig. 2 の縦軸は、応答変位の標準偏差を降伏変位の平均値で

除したものを、横軸は、振幅 μ_a ($S=1$) での平均疲労破壊回数

μ_{N_a} を基準にした載荷回数比を限界損傷度 D_{cr} の平均値で除した

もの $\mu_{D_{cr}}$ である。著者らの実施したH型鋼材の塑性疲労試験の結果

によれば、($\mu_h = 2.862$ 、 $\mu_{N_a} = 8.32 \times 10^3$ 、 $\mu_{D_{cr}} = 0.907 \sim$

1.403 、 $\delta_{D_{cr}} = 0.125 \sim 0.321$) が得られた。

Fig. 2 中の直線は、弾性範囲の応力振幅による疲労破壊の解析結果であり比較のために同図内に記載した。

参考文献

1) A. Ang and C. Cornell: "Reliability Bases of Structural Safety and Design", ASCE Vol. 100, No. ST9, pp. 1755-1769, Sept. 1974.
 2) D. Karnopp and T. Scharton: "Plastic Deformation in Random Vibrations", JASA, Vol. 39, No. 6 pp. 1154-1161, 1966.
 3) E. Vanmarcke: "Properties of Spectral Moments with Applications to Random Vibrations", ASCE, Vol. 98, No. EM2, April, 1972.

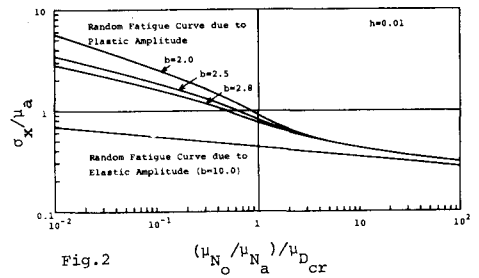


Fig. 2