I-262　　鋼管の波動伝ぱ特性について（第1報）

西日本工業大学　正会員　○花倉芳廣
同　正会員　早川信介
九州工業大学　正会員　佐々木昭士

1．まえがき

縦衝撃荷重を受けた鋼管には、縦方向の応力だけでなく、せん断、曲げなどの応力も生じ、その応力波形は、複雑となる。従来、鋼管の波動伝ぱ特性については、G. Herrmann[1] W.R. Spillers[2] 鈴木[3] などの研究がみられるに過ぎないようである。そこで、鋼管に衝撃荷重を加えたときの波動伝ぱ状況を特性曲線法で数値解析するとともに、実際に引抜き鋼管について測定解析した。

2．理論解析

第1図(イ)，(ロ)に示すような座標、断面力ならびに変位をとると運動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\frac{h^2}{12a}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=\frac{Eg}{\gamma(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\nu}{a}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{h^2}{12a}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)\quad\text{------ (1)}$$

$$\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}=\frac{k^2Gg}{\gamma}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}\right)-\frac{Eg}{a\gamma(1-\nu^2)}\left\{\nu\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\omega}{a}\left(1+\frac{h^2}{12a^2}\right)\right\}\quad\text{------ (2)}$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}+\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{Eg}{\gamma(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)-\frac{12}{h^2}\cdot\frac{k^2Gg}{\gamma}\left(\varphi+\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\quad\text{------ (3)}$$

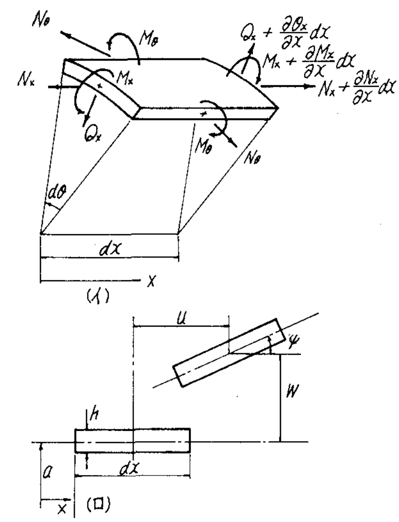
ただし，

$$N_x=\frac{Eh}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\nu\omega}{a}+\frac{h^2}{12a}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\quad\text{------ (4)}$$

$$N_\theta=\frac{Eh}{1-\nu^2}\left\{\nu\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\omega}{a}\left(1+\frac{h^2}{12a^2}\right)\right\}\quad\text{------ (5)}$$

$$Q_x=k^2Gh\left(\varphi+\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\quad\text{------ (6)}$$

$$M_x=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right)\quad\text{------ (7)}$$



第1図

ここで、$\delta^2=h^2/12a^2$，$a\varphi=\psi$ と置くと式(1)～(3)は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\frac{Eg}{\gamma(1-\nu^2)}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{1}{1-\delta^2}\left\{\frac{\nu}{a}\cdot\frac{Eg}{\gamma(1-\nu^2)}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{k^2Gg}{\gamma}\left(\frac{\psi}{a^2}+\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\right\}\quad\text{---- (8)}$$

$$\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}-\frac{k^2Gg}{\gamma}\cdot\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}=\frac{1}{a}\cdot\frac{k^2Gg}{\gamma}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x}-\frac{1}{a}\cdot\frac{Eg}{\gamma(1-\nu^2)}\left\{\nu\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\omega}{a}(1+\delta^2)\right\}\quad\text{---- (9)}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-\frac{Eg}{\gamma(1-\nu^2)}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=-\frac{1}{1-\delta^2}\left\{\frac{1}{\delta^2}\cdot\frac{k^2Gg}{\gamma}\left(\frac{\psi}{a^2}+\frac{1}{a}\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)+\frac{\nu}{a}\frac{Eg}{\gamma(1-\nu^2)}\frac{\partial\omega}{\partial x}\right\}\quad\text{------ (10)}$$

となる。成帯条件を考慮すると、式(8)は次式(11)のようになる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\left\{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2-\frac{Eg}{\gamma(1-\nu^2)}\right\}\quad\frac{1}{1-\delta^2}\left\{\frac{\nu}{a}\frac{Eg}{\gamma(1-\nu^2)}\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{k^2Gg}{\gamma}\left(\frac{\psi}{a}+\frac{1}{a}\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\right\}-d\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\frac{1}{dt}+d\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{dx}{(dt)^2}\quad\text{------- (11)}$$

したがって、u について、$dx/dt=\pm\sqrt{Eg/\gamma(1-\nu^2)}\equiv\pm C_p$ のような2本の特性曲線が得られる。以下同様に ω、ψ についても、それぞれ $dx/dt=\pm\sqrt{k^2Gg/\gamma}\equiv\pm C_s$ ならびに $dx/dt=\pm C_p$ が得られる。

つぎに、それぞれの特性曲線に沿って式(8)～(10)を積分すると式(12)～(14)のようになる。

$$d\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)=\pm C_p\cdot d\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\pm\frac{C_p}{1-\delta}\left(\frac{\nu}{a}+\frac{C_s^2}{C_p}\right)d\omega+\frac{C_s^2}{1-\delta^2}\cdot\frac{\Upsilon}{a}dt\quad\text{-------------- (12)}$$

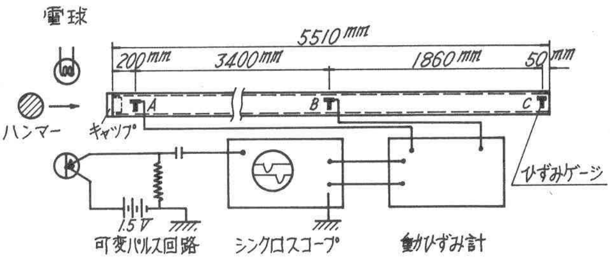
$$d\left(\frac{\partial\omega}{\partial t}\right)=\pm C_s\cdot d\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\pm\frac{C_s}{a}d\Upsilon\mp\frac{\nu}{a}\cdot\frac{C_p^2}{C_s}du-\frac{C_p^2}{a}\omega\left(1+\delta^2\right)dt\quad\text{-------------- (13)}$$

$$d\left(\frac{\partial\Upsilon}{\partial t}\right)=\pm C_p d\left(\frac{\partial\Upsilon}{\partial x}\right)\mp\frac{1}{1-\delta^2}\cdot\frac{1}{C_p}\cdot\frac{1}{a}\left(\frac{1}{\delta^2}\cdot C_s^2+\nu C_p^2\right)d\omega-\frac{1}{1-\delta^2}\cdot\frac{1}{\delta^2}\cdot\frac{C_s^2}{C_p}\cdot\frac{\Upsilon}{a^2}dt\quad\text{-------------- (14)}$$

特性曲線 $x=\pm C_p\cdot t$ を基準に座標を決め、式(12)及び(14)は $x=\pm C_p\cdot t$ に沿い、式(13)は $x=\pm C_s\cdot t$ に沿って逐次積分法によって数値計算を行なった。なお特性曲線の正は前進波、負は後退波とみなした。

3．実験装置および方法

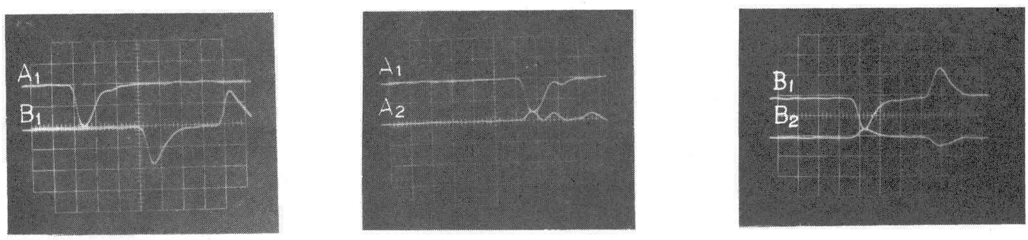
衝撃荷重装置は、鋼管を天井の4点より水平に吊り、鋼球（直径10cm、重量4.3kg）の振り子によって鋼管の一端に衝撃力を与えるようにしたものである。つぎに衝撃波の測定方法は、第2図のような位置に測点(A,B,C)を選んで、各点にひずみゲージを軸方向と円周方向に各々2枚ずつ貼付し、それを動ひずみ計に結線した。さらに、その出力をシンクロスコープの垂直軸に入れて測定した。なお、シンクロスコープの同期回路には、フォトダイオードを使用した光電変換の可変パルス回路を採用した。衝撃測定の前に鋼管の静荷重に対する縦横ひずみを測定し、軸方向の荷重に対するひずみならびに応力をあらかじめ求め、衝撃荷重を加えた場合と比較考察することにした。



第2図　衝撃ひずみ測定装置

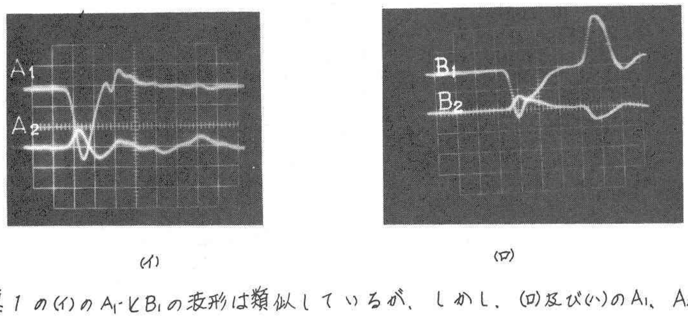
4．実験結果

前述の装置および方法で60mmと90mmの鋼管について測定した結果の数例を写真1および写真2に示す。なお、写真中のA,Bは第2図の測点A,Bをそれぞれ示し、添字の1,2は縦および横方向を示す。



(イ)　(ロ)　(ハ)

写真1　60mmの場合（水平軸 0.2 ms/div，垂直軸 1.75 kg/mm²/div）



(イ)　(ロ)

写真2、90mmの場合
（水平軸 0.2 ms/div
垂直軸 3.50 kg/mm²/div）

写真1の(イ)のA_1とB_1の波形は類似しているが、しかし、(ロ)及び(ハ)のA_1、A_2ならびにB_1、B_2を比較すると、A_2ならびにB_2の頂点はそれぞれA_1、B_1の約1/3になっている。すなわち、横方向のひずみは縦方向のひずみの約1/3にもなっている。したがって、長さ方向の衝撃エネルギーを与えたとき、長さ方向だけではなく横方向のエネルギーの吸収も無視できないことを示す。なを、数値計算については当日報告する。

謝辞：本研究実施にあたって、御支援を賜った西日本工大荒木忍、秋吉利男両教授ならびに実験の協力を頂いた西日本工大構造研究室の研究生、卒研生に感謝する。

〔参考文献〕 1) G. Herrmann, 他：Three-dimensional and shell-theory analysis of axially symmetric motions of cylinders, J. Appl. mech., vol. 23, 1956, pp563~568. 2) W.R. Spiller：Wave propagation in thin cylindrical shell, J. Appl. vol. 32, No. 2, 1965, pp346~350. 3) 鈴木：衝撃内圧を受ける粘弾性薄肉円筒の動的挙動，日機論. 38巻313号. 昭47, PP2201~2209.