

清水建設(株) 正会員 ○ 竹脇尚信
 , , 中 檢 新
 , , 田 蔵 隆

(1) はじめに

参考文献(1)の中で、有限要素法による地盤を含めた動的解析において、無限の広がりを持つ側方境界の評価の為に、半無限要素を導入した。この小論では、その要素の特性について述べると共に、地盤だけを解析して、観測波との比較を行なう。

(2) 振動方程式

偏差歪速度に比例する減衰を考慮するときの振動方程式は次のように書ける。(1)

$$M_{i,j} \ddot{U}_{j\alpha} + C_{i,j} \dot{U}_{j\alpha} + K_{i,j} U_{j\alpha} = \Omega_{i\alpha} \quad (1)$$

$$M_{i,j} = \int_V \rho g_{\alpha} g_{\beta} \delta_{i,j} dV \quad (2)$$

$$C_{i,j} = \int_V \rho c_{\alpha} c_{\beta} C_{i,j} dV \quad (3)$$

$$K_{i,j} = \int_V \rho g_{\alpha} g_{\beta} E_{i,j} dV \quad (4)$$

$$C_{i,j} = \kappa (\delta_{i\alpha} \delta_{j\beta} + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha}) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} \quad (5)$$

$$E_{i,j} = \mu (\delta_{i\alpha} \delta_{j\beta} + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha}) + \lambda \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} \quad (6)$$

g_{α}, g_{β} は変位関数

$\delta_{i\alpha}$ は単位テンソル

λ, μ はラーメの定数

ρ は密度

κ は減衰定数

$U_{j\alpha}$ は節点 j での α 方向の節点変位

$\Omega_{i\alpha}$ は節点 i での α 方向の外力

(3) 半無限要素の変位関数

右図のような、 x 軸方向へ無限に続く要素(半無限要素)を考えて、変位関数を次のようにおく。

$$g_1 = \frac{y - y_2}{y_1 - y_2} e^{-\lambda(x_0 - x)} \quad (7)$$

$$g_2 = -\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} e^{-\lambda(x_0 - x)} \quad (8)$$

但し、 $x > 0$

(7) パラメーター λ と固有周期の関係

(7)及び(8)式に含まれるパラメーター λ の変化に対処

して、図-2に示すモデルの固有周期がどのように変化するかを計算した結果が表-1に示してある。

図-2 計算モデル

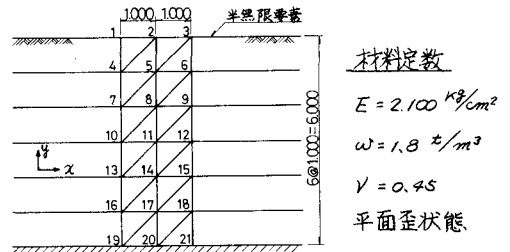


表-1 λ と T の関係(逆対称モード)

λ	10^4	10^3	10^2	10^1	解析解
1	0.121	0.121	0.120	0.104	0.121
2	0.039	0.039	0.039	0.037	0.040
3	0.023	0.023	0.023	0.022	0.024
4	0.015	0.015	0.015	0.015	0.017

表-1から分かる通り、 λ は 10^2 以下に取ればせん断型の振動を表わすことができる。

(5) パラメーター λ と応答変位の関係

図-2の計算モデルに

$$\ddot{x}_0 = a \sin(\pi t)$$

の加速度を入力させて応答変位を計算し、節点1での x 軸方向 (U_x) 及び y 軸方向 (U_y) を図示したものが、図-3及び図-4である。そして、 $t=1.5$ 秒での U_x 及び U_y が図-5及び図-6に示してある。

図-3 パラメーター λ と U_x の関係

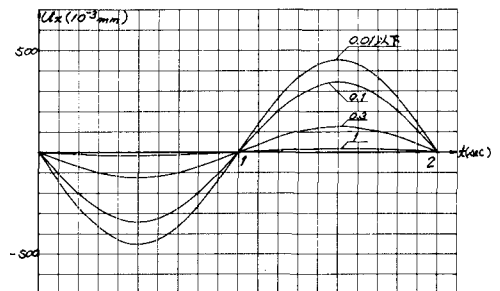


図-4 パラメータ ρ とNO.1の U_y の関係

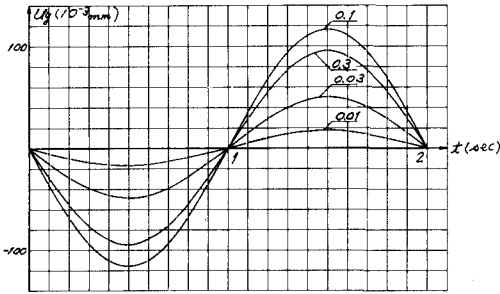


図-5 パラメータ ρ とNO.10の U_x の関係

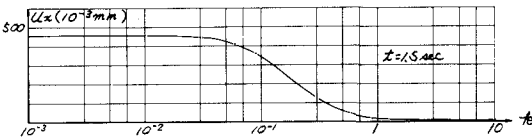
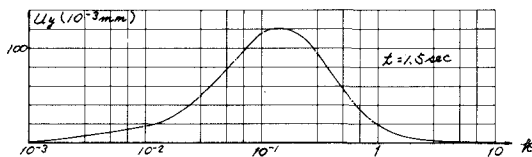


図-6 パラメータ ρ とNO.10の U_y の関係



(6) 考察

(2)及び(4)式に(7)及び(8)式を代入して、半無限要素のM及びKを計算すれば次のようになる。

$$M = \frac{\rho r}{12 r_0} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} \frac{(2\mu+\beta)r_0}{6} + \frac{\mu}{2r_0 r} & -\frac{\beta+\mu}{4} & \frac{(2\mu+\beta)r_0}{12} & \frac{\mu}{2r_0 r} \\ -\frac{\beta+\mu}{4} & \frac{(2\mu+\beta)}{2r_0 r} + \frac{\mu r_0}{6} & -\frac{\beta+\mu}{4} & \frac{(2\mu+\beta)r_0}{6} + \frac{\mu}{2r_0 r} \\ \frac{(2\mu+\beta)r_0}{12} & -\frac{\beta+\mu}{4} & \frac{(2\mu+\beta)r_0}{6} + \frac{\mu}{2r_0 r} & \frac{\beta+\mu}{4} \\ \frac{\beta-\mu}{4} & -\frac{(2\mu+\beta)}{2r_0 r} + \frac{\mu r_0}{12} & \frac{\beta+\mu}{4} & \frac{(2\mu+\beta)}{2r_0 r} + \frac{\mu r_0}{6} \end{bmatrix}$$

但し、 $r = y_1 - y_2$

始めに ρ が大きい場合を考える。簡単な為に、減衰のない場合を考える。Kの要素で ρ を分母に含む項を分子に含む項に比べて小さいと考えると無視し、更に、地震波の入力をx軸方向とすれば、 U_y は U_x に比して無視できる。従って、図-1の節点1での振動方程式は次のようになる。

$$\frac{\rho r}{12 r_0} (2\ddot{U}_{x1} + \ddot{U}_{x2}) + \frac{(2\mu+\beta)r_0}{12} (2U_{x1} + U_{x2}) = Q_{x1}$$

この方程式は、 ρ が大きくなればなる程、振動しにくくなることを示しており、図-3~図-6の傾向に一致する。(7)及び(8)式と図-2を参照すれば、 ρ を大きく取るとは、解折領域のすぐ近くを固定する

参考文献

- (1) 川原、竹脇、斎藤「有限要素法による動的解析の一方法」第29回土木学会全国大会講演概要集第1部
- (2) 渡辺、横田、市之瀬「重複反射理論による成層地盤の地震応答解析」清水建設研究所報 1974, 10

とになる。

次に、 ρ が小さい場合を考える。 ρ が大きい場合の逆の論法で進めると、

$$\frac{\rho r}{12 r_0} (2\ddot{U}_{x1} + \ddot{U}_{x2}) + \frac{\mu}{2r_0 r} (U_{x1} - U_{x2}) = Q_{x1}$$

となる。しかるに、 Q_{x1} は加速度入力の場合は、質量に加速度をかけたものであるから、上の式は ρ に関係しなくなる。すなわち、 ρ がある程度以下になると、節点変位は一定値に収束する。これは図-3~図-6の傾向に一致する。

図-7 土質柱状図

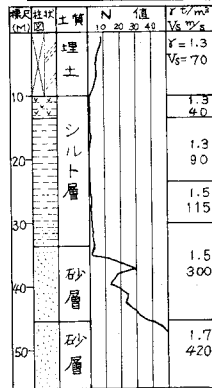
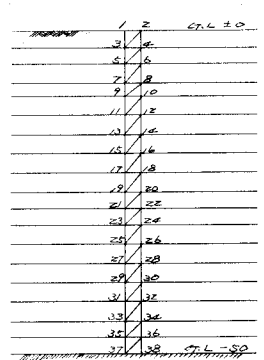


図-8 メッシュ図



(7) 数値計算

図-7に示す地盤のGL-50と地表で地震加速度を観測し、図-8に示す計算モデルの基礎(GL-50)にGL-50での観測波を入力として用いて地表での応答を計算した。減衰は $\zeta_n = 5\%$ として、 $\zeta = \tau_n \zeta_n / \pi$ より $k = G\zeta/2$ とした。(2)

