## I-243 振動問題における固有値を求める場合の誤差消去

信州大学 正員 谷本勉之助
〃 夏目正太郎
○ 〃 松尾勝弥

### 1 序文

連続梁より 立体トラス 立体フレーム等に致るまでの 連続体構造物における 自由振動を取り扱う時 衝化変形法にて 三軸マトリックスに組み上げる事で できる限り誤差集積を少なくする事を 目的とした。そしてここでは 一番一般的な ベルヌーイ オイラー理論による連続梁を 例として掲げる

### 2 解析

一般に良く知られているように 基礎微分方程式は

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{\gamma A}{EIg}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \qquad (1)$$

で今 $\rho=x/L$ とし 状態量 $\{w,\ \theta,\ S,\ M\}$ は 次式となる

$$W_{\rho,t}=\begin{bmatrix} w\\ \theta\\ S\\ M\end{bmatrix}_{\rho,t}=\begin{bmatrix} 1\\ \frac{V}{L}\\ -\frac{EIV^3}{L^3}\\ -\frac{EIV^2}{L^2}\end{bmatrix}^{D}\begin{bmatrix} \cos V\rho & \sin V\rho & \cosh V\rho & \sinh V\rho\\ -\sin V\rho & \cos V\rho & \sinh V\rho & \cosh V\rho\\ \sin V\rho & -\cos V\rho & \sinh V\rho & \cosh V\rho\\ -\cos V\rho & -\sin V\rho & \cosh V\rho & \sinh V\rho\end{bmatrix}\begin{bmatrix} A\\ B\\ C\\ D\end{bmatrix}e^{i\omega t} \qquad (2)$$

尚 $V^4=\dfrac{\gamma A L^4 \omega^2}{EIg}$

ここで 変位量 $\mathbb{U}=\{w,\ \theta\}$ と 力量 $\mathbb{V}=\{S,\ M\}$ に分け $\rho=0,\ 1$ 端を考える事により 力量と変位量を結ぶ事によって key Equation を作ると

$$\begin{bmatrix}\mathbb{V}_{(0)}\\ \mathbb{V}_{(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha & \beta\\ \alpha_p & \beta_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbb{U}_{(0)}\\ \mathbb{U}_{(1)}\end{bmatrix} \qquad (3)$$

で今 K径間の連続梁の r 格点に注目し 連続条件を適用すると

$$\lfloor A \quad B \quad C \rfloor_r \begin{bmatrix}\mathbb{U}_{r-1}\\ \mathbb{U}_{r}\\ \mathbb{U}_{r+1}\end{bmatrix}=0 \qquad (4)$$

これを $r=1\sim k+1$ 格点まで 適用集積し 次式(5)を得る

$$
\begin{bmatrix}
B_1 & C_1 & & & & & \\
A_2 & B_2 & C_2 & & & & \\
 & A_3 & B_3 & C_3 & & & \\
 & & & \cdots & & & \\
 & & & & \cdots & & \\
 & & & & \cdots & & \\
 & & & & A_K & B_K & C_K \\
 & & & & & A_{K+1} & B_{K+1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\mathbb{U}_1 \\ \mathbb{U}_2 \\ \mathbb{U}_3 \\ \vdots \\ \\ \\ \mathbb{U}_K \\ \mathbb{U}_{K+1}
\end{bmatrix}
= 0 \qquad (5)
$$

これを今 省略型で書き

$$[S]\{\mathbb{U}\}=0 \qquad (6)$$

で固有値方程式は

$$[S]=0 \qquad (7)$$

となるが 今 (5)式の形に書く事によって 次式の順で楽に 正しい固有値が求まる

$$
\begin{array}{lcl}
B_1\mathbb{U}_1 + C_1\mathbb{U}_2 = 0 & \Rightarrow & \mathbb{U}_1 = G_1\mathbb{U}_2 \\
A_2\mathbb{U}_1 + B_2\mathbb{U}_2 + C_2\mathbb{U}_3 = 0 & \Rightarrow & \mathbb{U}_2 = G_2\mathbb{U}_3 \\
\vdots & & \vdots \\
A_{K+1}\mathbb{U}_K + B_{K+1}\mathbb{U}_{K+1} = 0 & \Rightarrow & T\,\mathbb{U}_{K+1} = 0
\end{array}
\qquad (8)
$$

で (8)式は 結局次式に帰する

$$[T]=0 \qquad (9)$$

で (9)式を満足する $\omega$ がこの連続梁の固有値となる 尚 この方法では簡単なサポートマトリックスの作成により 任意の支点条件を 挿入する事が可能である

上まで 連続梁のたわみ振動について 述べてきたが 面内 立体構造物においても 適切なる ユニット分割によって 容易に三軸マトリックスを作る事ができ 同じ操作で求まる

3 計算例　　当日 発表の予定

4 利点

- 多径間 又 多部材になっても考え方が簡単
- hyperbolic 型の単位化が不用
- 立体構造物への展開が 非常に楽

等々

尚 計算には 東京大学 HITAC 8800/8700 使用