

本州四国連絡橋公団 正会員 林 有一郎

〃 〃 〇田中 美宇

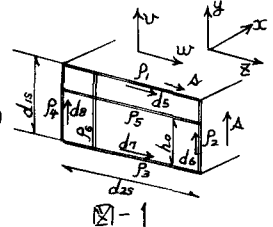
〃 〃 樋口 康三

1. まえがき

本四島坂出ルートの海峡部のトラス橋はスパン80~120m程度の単純及び連続型式の道路鉄道併用橋となる。これらトラス橋の特徴は、上路橋と比べればタスキ掛けの対傾構を組めず、下路橋と比べれば上路面の質量が大きすぎて対傾構の剛性に関係する振動がおきることである。この解析を行なうには立体振動解析を行わなければならないが、この報文は次の点に工夫を加えた。①薄肉梁理論により橋軸直角方向地震に対し、一断面4自由度におさえる。②ランダム法を採用せず、質量をあるがままの位置で評価して慣性質量を作成する。③モード、応答などを要因(ねじれ、ずれ、剪断など)別に分解してみられるようにする。④要因別の振動エネルギー分担率を定義し、振動性状を定量的に把握できるようにする。⑤橋脚、フーチング付きも可能である。

2. 振動方程式

縦ベクトルを{ }、横ベクトルをL、行列を[]で表わす。横断面の各辺に一樣に分布する線密度を図-1に示すように $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ とし、他に水平面に平行な線密度を ρ_5 、鉛直面に平行な線密度を ρ_6 とする。いま ρ_5, ρ_6 線上の任意点の鉛直、水平変位 v, w は次式で求められる。



$$(\rho_5 \text{線上}): \quad v_s = d_0 + (d_5 - d_0)z/d_{25} \quad ; \quad (\rho_6 \text{線上}): \quad v_6 = d_0 + (d_5 - d_0)b_0/d_{25} \quad (1)$$

$$w_s = d_7 + (d_5 - d_7)h_0/d_{25} \quad ; \quad w_6 = d_7 + (d_5 - d_7)h_0/d_{25}$$

よって、 ρ_5 線、 ρ_6 線の運動エネルギー T は次式で表わされる。

$$T = \frac{1}{2} \rho_5 (\dot{v}_s^2 + \dot{w}_s^2) d_4 + \frac{1}{2} \rho_6 (\dot{v}_6^2 + \dot{w}_6^2) d_4 \quad \dots (2)$$

慣性力項はラグランジェの運動方程式から求められ、自由度力、変位係での運動方程式は次式となる。

$$[m]_i \{\ddot{d}\}_i + [C]_i \{\dot{d}\}_i + [k]_i \{d\}_i = -[m]_i \{e\} \ddot{z}_g \quad \dots (3)$$

$$[m] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} m_{55} &= \rho_5 d_{25} + \frac{\rho_5 d_{15}}{3} & + \frac{\rho_5 d_{15}}{3} & + \rho_5 d_{25} \left(\frac{h_0}{d_{15}}\right)^2 & + \frac{\rho_5 d_{15}}{3} \\ m_{66} &= \rho_6 d_{25} + \rho_6 d_{15} + \frac{\rho_6 d_{25}}{3} & + \frac{\rho_6 d_{25}}{3} & + \rho_6 d_{15} \left(\frac{b_0}{d_{25}}\right)^2 & + \frac{\rho_6 d_{15}}{3} \end{aligned}$$

$$[m_p] = \begin{bmatrix} m_{55} & & & & \\ & \text{sym.} & & & \\ 0 & m_{66} & & & \\ m_{75} & 0 & m_{77} & & \\ 0 & m_{65} & 0 & m_{67} & \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} m_{77} &= \frac{\rho_5 d_{15}}{3} + \rho_5 d_{25} + \frac{\rho_5 d_{15}}{3} & + \rho_5 d_{25} \left(1 - \frac{h_0}{d_{15}}\right)^2 & + \frac{\rho_5 d_{15}}{3} \\ m_{75} &= \frac{\rho_5 d_{15}}{6} & + \frac{\rho_5 d_{15}}{6} & + \rho_5 d_{25} \frac{h_0}{d_{15}} \left(1 - \frac{h_0}{d_{15}}\right) & + \frac{\rho_5 d_{15}}{6} \\ m_{65} &= \frac{\rho_6 d_{25}}{6} & + \frac{\rho_6 d_{25}}{6} & + \frac{\rho_6 d_{25}}{6} & + \rho_6 d_{15} \frac{b_0}{d_{25}} \left(1 - \frac{b_0}{d_{25}}\right) \end{aligned}$$

さらに変位変換マトリックスを用いると一般化力、変位係での運動方程式は次式となる。

$$[M]_i \{\ddot{D}\}_i + [G]_i \{\dot{D}\}_i + [K]_i \{D\}_i = -[M]_i \{T\}^T \{e\} \ddot{z}_g \quad (\{T\}^T \{D\} = \{T\} \{d\}) \quad \dots (4)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & & & & \\ 0 & 0 & & & \\ M_{b1} & 0 & M_{b3} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \\ M_{b1} & 0 & M_{b3} & 0 & M_{55} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{71} & 0 & M_{73} & 0 & 0 & M_{77} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Sym.}$$

$$\begin{aligned} M_{11} &= M_{b3} = \rho_5 d_{25} \left(\frac{d_{15}^2}{4} + \frac{d_{25}^2}{12}\right) + \rho_5 d_{15} \left(\frac{d_{15}^2}{4} + \frac{d_{15}^2}{12}\right) + \rho_5 d_{25} \left(\frac{d_{15}^2}{4} + \frac{d_{25}^2}{12}\right) + \rho_5 d_{15} \left(\frac{d_{15}^2}{4} + \frac{d_{15}^2}{12}\right) \\ & \quad + \rho_5 d_{25} \left\{ \left(h_0 - \frac{d_{15}}{2}\right)^2 + \frac{d_{25}^2}{12} \right\} + \rho_5 d_{15} \left\{ \left(b_0 - \frac{d_{25}}{2}\right)^2 + \frac{d_{15}^2}{12} \right\} \\ M_{55} &= M_{77} = \rho_5 d_{25} + \rho_5 d_{15} + \rho_5 d_{25} + \rho_5 d_{15} + \rho_5 d_{25} + \rho_5 d_{15} \\ M_{b1} &= \rho_5 d_{25} \left(\frac{d_{15}^2}{4} - \frac{d_{25}^2}{12}\right) + \rho_5 d_{15} \left(\frac{d_{15}^2}{12} - \frac{d_{25}^2}{4}\right) + \rho_5 d_{25} \left(\frac{d_{15}^2}{4} - \frac{d_{25}^2}{12}\right) + \rho_5 d_{15} \left(\frac{d_{15}^2}{12} - \frac{d_{25}^2}{4}\right) \\ & \quad + \rho_5 d_{25} \left\{ \left(h_0 - \frac{d_{15}}{2}\right)^2 - \frac{d_{25}^2}{12} \right\} + \rho_5 d_{15} \left\{ \frac{d_{15}^2}{12} - \left(b_0 - \frac{d_{25}}{2}\right)^2 \right\} \\ M_{53} &= -M_{b1} = \frac{d_{25}}{2} \left\{ \rho_5 d_{15} - \rho_5 d_{15} + \rho_5 d_{15} \left(\frac{2b_0}{d_{25}} - 1\right) \right\} \\ M_{73} &= M_{71} = \frac{d_{15}}{2} \left\{ \rho_5 d_{25} - \rho_5 d_{25} + \rho_5 d_{25} \left(\frac{2h_0}{d_{15}} - 1\right) \right\} \end{aligned}$$

一般化力、変位係での質量マトリックスをみると、対角要素に関して、ねじり慣性質量 M_{11} 、ずれ慣性質量 M_{33} は

剪断中心まわりの極慣性モーメント、鉛直および横剪断慣性質量 M_{ss}, M_{tt} は断面の総質量となっている。従って残りの要素はおじれとずれ等の連成の際に動く慣性質量を表わすことになる。

3. モード、応答の要因別分解

自由度力、変位係で表わされた n 次元の規準ベクトルを $\{\phi\}_n$ とすると、 $\{\phi\}_n$ は変位変換マトリックスを用いて一般化力、変位係の規準ベクトルに変換できる。

$$\{\psi\}_n = [T]_n^T \{\phi\}_n \quad ; \quad [T]_n^T = [T]_n \text{ を全自由度について集めたもの} \quad \dots (4)$$

$\{\psi\}_n$ は 8 個の一般化変位からなっているので (5) 式で分解し、さらに (6) 式で自由度力、変位係に変換すれば $\{\phi\}_n$ は n 次元モードにおけるよという原因による変位を表わすことになる。

$$\{\psi\}_n = \sum_{j=1}^8 \{\psi\}_j^* \quad \dots (5) \quad \{\phi\}_n = [T]_n^T \{\psi\}_n^* \quad \dots (6)$$

4. エネルギー-分担率

質点の運動エネルギーは次式で求められる。

$$T = \frac{1}{2} \{D\}_n^T [M]_n \{D\}_n \\ = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^8 \{\psi\}_j^T [M]_n \{\psi\}_j \dot{z}_j^2 = \frac{1}{2} \dot{z}_j^2 \quad \dots (7)$$

すなわち、 $\{\psi\}_j^T [M]_n \{\psi\}_j$ は n 次元のモードの運動エネルギーの一部を表わす係数となっている。そこで 3. の結果を用いると

$$\{\psi\}_j^T [M]_n \{\psi\}_j = \sum_{j=1}^8 \{\psi\}_j^T [M]_n \{\psi\}_j + \sum_{k=1}^8 \{\psi\}_k^T [M]_n \{\psi\}_k \quad (j \neq k) \quad \dots (8)$$

が得られる。そこで次式で n 次元のモードに対するエネルギー-分担率を定義する。

$$\alpha_{Ej} = \{\psi\}_j^T [M]_n \{\psi\}_j \times 100 \% \quad ; \quad \alpha_{EC} = \sum_{j=1}^8 \{\psi\}_j^T [M]_n \{\psi\}_j \quad (j \neq k) \times 100 \% \quad \dots (9)$$

ここに、 α_{Ej} を n 次元モードの一般化変位 j のエネルギー-分担率、 α_{EC} を連成エネルギー-分担率と名づける。

5. 数値計算

単純トラス橋について振動計算を行ったので、そのモデル、解析結果を図 2.3、表 1.2 に示す。

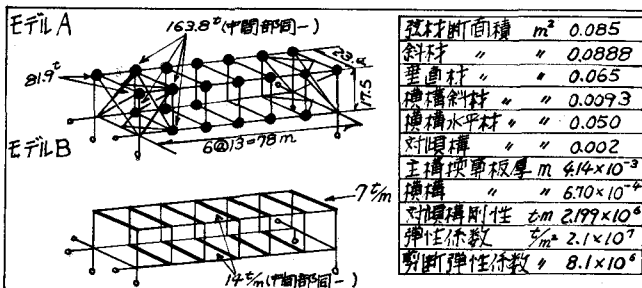


図-1 モデル概要

次 数	周期 (sec)		相当質量			
	モデルA	モデルB	モデルA		モデルB	
1	1.12	1.11	327.6*	89.7*	327.4*	89.0*
2	0.59	0.59	7.8	2.1	0.3	0.1
3	0.57	0.55	19.9	5.4	25.6	6.9
4	0.49	0.50	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.37	0.34	0.0	0.0	4.8	1.3
6	0.35	0.34	0.0	0.0	0.1	0.0
7	0.34	0.25	4.4	1.2	0.0	0.0
8	0.26	0.25	2.2	0.6	8.1	2.2
9	0.25	0.23	4.6	1.3	0.0	0.0
10	0.21	0.21	0.0	0.0	0.0	0.0

表1 モデルA, Bの比較

*1. B_{2z}

*2. $(B_{2z} / \sum B_{2z}) \times 100 \%$

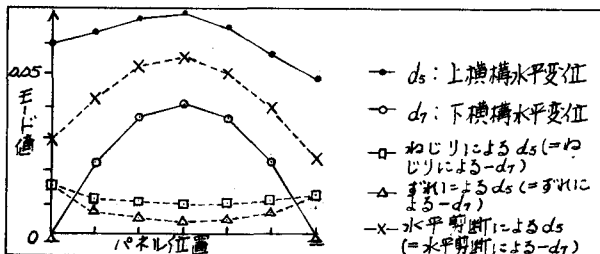


図-2 モデルBの1次モード要因分解

エネルギー-分担率	1次	2次	3次	4次	5次
α_{E1} おじれ	7.94%	14.75	46.86	0.00	18.33
α_{E3} ずれ	4.04	13.00	17.43	0.00	20.21
α_{E5} 鉛直剪断	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
α_{E7} 水平剪断	85.29	65.29	21.34	0.00	51.77
α_{EC} 連成	2.73	6.95	14.36	0.00	9.70

表2. モデルBのエネルギー-分担率

参考文献 (1) 林、樋口、田中 “薄肉梁理論によるトラスの立体解析法”、第29回土木学会年次講演会概要集
 (2) 林、樋口 “薄肉箱型梁理論による折梁トラス橋の解析”、第30回土木学会年次講演会概要集