

本州四国連絡橋公団 正員 〇村田 正信

〃 〃 林 有 一 郎

1. まえがき

前回報告した吊橋のねじり振動解析<sup>1)</sup>では、1). 補剛トラスに対し、薄肉梁理論を応用し、断面が剛の場合のねじり剛性方程式を誘導し、2). ケーブルハンガーを軸力を受ける棒部材とみなし、3). 両者の剛性方程式を組合せて、マトリックス法により吊橋のねじり振動解析を行なう手法を考えた。この方法により吊橋のねじり振動解析を任意変形法のように行うことができ、任意の構造形式をもつ吊橋の完成系、架設時系に対し、実橋の部材剛性を忠実に評価して解析することが可能となる。今回は更にケーブル及びハンガーの横抵抗剛性(橋軸直角方向)、塔剛性を考慮した系まで拡張し、吊橋のねじり振動解析に必要と思われる種々の要因の効果を数値解析により比較検討した。本解析で用いた仮定は前回報告に述べた以外に次の通りである。

- 仮定1). 左右ケーブルの勁さは鉛直、橋軸方向に対し逆位相等変位であり橋軸直角方向には同位相等変位である。
- 仮定2). 主塔自体の振動エネルギーは相対的に非常に小さく、塔剛性は塔頂部バネに置き換えてよい。

2. 剛性方程式

吊橋の変位系を図1に示す。桁の剛性方程式は文献1)と同じであるが、ケーブル、ハンガーの横剛性を考えた剛性方程式は文献2)及び仮定1)により次のように表わせる。

図1に示される変位は一断面当り8個であるが、

$$\begin{aligned}
 U^j &= -\frac{ds}{4} U \\
 S^j &= \frac{ds}{2} \phi \\
 V^j &= \frac{hs}{2} \phi
 \end{aligned}$$

という関係があるので独立な変位は5個となる。

ケーブルの剛性方程式

$$dF^{c,r} = K^c dX^{c,r}$$

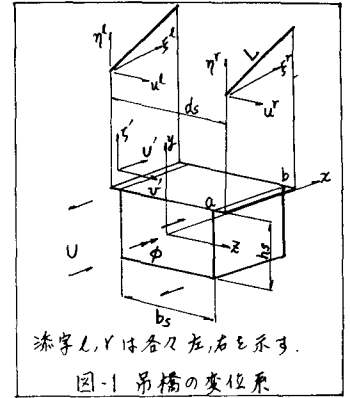
次に

$$\begin{aligned}
 dF^{cl} &= [H_{pa}^{cl}, V_{pa}^{cl}, R_{pa}^{cl}, H_{pb}^{cl}, V_{pb}^{cl}, R_{pb}^{cl}]^T \\
 dF^{cr} &= [H_{pa}^{cr}, V_{pa}^{cr}, R_{pa}^{cr}, H_{pb}^{cr}, V_{pb}^{cr}, R_{pb}^{cr}]^T \\
 &= [-H_{pa}^{cl}, -V_{pa}^{cl}, R_{pa}^{cl}, -H_{pb}^{cl}, -V_{pb}^{cl}, R_{pb}^{cl}]^T \\
 dX^{cl} &= [\xi_a^l, \eta_a^l, U_a^l, \xi_b^l, \eta_b^l, U_b^l]^T \\
 dX^{cr} &= [-\xi_a^l, -\eta_a^l, U_a^l, -\xi_b^l, -\eta_b^l, U_b^l]^T
 \end{aligned}$$

$$K^c = \begin{bmatrix} K^{cc} & \text{sym} \\ -K^{cc} & K^{cc} \end{bmatrix} \quad K^{cc} = \frac{AcEc}{L_0} l^{cc} + \frac{I_w^c}{L} l^{ct}$$

$$l^{ca} = \begin{bmatrix} l_1^2 & & & & & \\ & \text{sym} & & & & \\ l_1 l_2 & & l_2^2 & & & \\ & & & & & \\ l_1 l_3 & & l_2 l_3 & & l_3^2 & \end{bmatrix} \quad l^{ct} = \begin{bmatrix} 1-l_1^2 & & & & & \\ & \text{sym} & & & & \\ -l_1 l_2 & & 1-l_2^2 & & & \\ & & & & & \\ -l_1 l_3 & & -l_2 l_3 & & 1-l_3^2 & \end{bmatrix}$$

\$l\_1, l\_2, l\_3\$ は各々方向余弦を示す。



添字 \$l, r\$ は各々左, 右を示す。  
図-1 吊橋の変位系

3. 振動方程式

吊橋の \$i\$ 節点における節点力を図2に示す。ケーブル、桁節点での釣合を求め文献1)と同様の手法でハンガーの剛性方程式を変換し、仮定1)により一橋当りの振動方程式をマトリックス表示すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 M_{ci} d^2 X_i^{cl} + dF_{bi}^{ct} + dF_{ai}^{ct} + dF_{si}^{ht} &= 0 \\
 M_{si} d^2 X_s^{ht} + dF_{ai}^{ht} + dF_{si}^{ht} + dF_{ai}^{ct} &= 0
 \end{aligned}$$

次に

$$M_c = 2 \begin{bmatrix} m_{cs} & 0 \\ 0 & m_{cy} \\ 0 & 0 \\ 0 & m_{cu} \end{bmatrix} \quad M_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{ps} \end{bmatrix}$$

$$dF^{ct} = z dF^{cl} = z K^c dX^{cl}$$

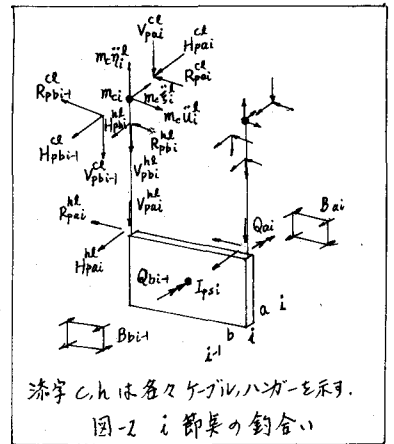
$$dF^{ht} = z \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dF_a^{ht} \\ dF_b^{ht} \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} K^h \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} dx^h \\ dx^h \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -\frac{dhs}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ds}{2} & \frac{hs}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 dF^s &= [B_a, Q_a, B_b, Q_b]^T \\
 dX^s &= [U_a, \phi_a, U_b, \phi_b]^T
 \end{aligned}$$

項目	単位	諸元	項目	単位	諸元
主ケーブル間隔	m	32	慣性モーメント	$\text{cm}^4/\text{gr}$	1,276
サグ(中央)	m	90	セクタ断面積	$\text{m}^2/\text{gr}$	0.026
〃(側)	m	7.6	セクタイ	〃	2.60
死荷重(中央)	$\text{kg}/\text{gr}$	44.9			
〃(側)	〃	45.2			
ケーブル断面積	$\text{m}^2/\text{gr}$	1.51			
水平張力	$\text{kg}$	62353			
ねじり剛性	$\text{cm}^4/\text{gr}$	$1475 \times 10^8$			
曲げ剛性	$\text{cm}^4/\text{gr}$	$2576 \times 10^{10}$			

表-1 吊橋の諸元



添字 c, h は各々ケーブル、ハンガーを示す。  
図-2 i 節架の釣合い

組しケーブル関係の諸元は片側当りと、補剛桁関係の諸元は一橋当りと示している。

4. 数値計算結果及び考察

表-1に示される諸元をもつ、スピンジ吊橋に対し数値解析を行った。

各ケース毎の条件、及び結果を表-2,3に示す。なお、タワーバネは、全ての部材と断面積、曲げ剛性、St. Venantのねじり剛性をもつ部材と仮定して求めたものを用いた。解析結果より次のことが言える。

- 1). ケーブルの橋軸方向慣性力の影響は対称モードではほとんどなく、逆対称一次モードで高と1.5%長くなるだけである。(case 1, 2)
- 2). センタータイの効果は逆対称一次で4.3%周期を短くしている。(case 2, 3)
- 3). センタータイの影響が最も大きく、逆対称一次モードで8.1%程周期が短くはっている。

case	$M_{cx}$	$M_{cy}$	Astoy	T	主塔バネ	ねじり剛性	自由度	備考
1	—	—	—	$T_{ur}$	—	○	17	
2	○	—	—	$T_{ur}$	—	○	36	$M_{cx}$ の影響
3	○	—	$0.03^{\text{rad}}$	$T_{ur}$	—	○	〃	セクタタイの影響(片側)
4	○	—	$130^{\text{rad}}$	$T_{ur}$	—	○	〃	セクタタイの影響(片側)
5	—	—	—	$T_{ur}$	—	○	〃	Melan式の影響
6	○	—	—	$T_{ur}$	○	○	〃	主塔バネ( $\alpha=1.03\%$ )
7	—	○	—	$T_{ur}$	—	○	〃	ケーブル、ハンガーの横抵抗
8	—	—	—	$T_{ur}$	—	—	—	摂動理論+影響線法
9	—	—	—	$T_{ur}$	—	—	—	摂動理論+Rayleigh-Ritz法

表-2 計算ケース

2). ニニで添字すべきことは、センタータイの断面積とケーブル断面積以上に始めてこれだけの効果を生んでいることであり、実用上の見地からは、センタータイあるいはタイに過大な効果も期待するところではないと思われ。 (case 2, 4)

4). 主塔バネの影響は対称、逆対称モードでも殆どなく、長大吊橋においては、ほとんど強固な塔頂ストラットを設けられない限り、その効果は期待しない方がよい。(case 2, 6)

- 5). ケーブル、ハンガーの横抵抗の影響は殆どなく、今後解析に考慮する必要はない。(case 1, 7)
- 6). 摂動理論による他の解法と比較では、高次の項を除いて殆ど差は認められない。(case 5, 8, 9)
- 7). Melan式におけるケーブル張力を  $\cos^2$  倍に弱めた効果は殆どない。これは曲げ振動と違って、ねじり振動においては、補剛桁の剛性分担が大きいからである。(case 1, 5)

次数	モード分類	計算ケース								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	対称一次	3.86	3.87	3.87	3.87	3.87	3.85	3.86	3.89	3.85
2	逆対称一次	2.77	2.82	2.70	2.59	2.78	2.82	2.77	2.75	2.75
3	対称二次	1.87	1.89	1.89	1.89	1.88	1.89	1.87	1.83	1.81
4	側・逆対一次	1.62	1.65	1.62	1.60	1.63	1.64	1.62	1.58	1.58
5	側・対一次	1.57	1.59	1.59	1.59	1.58	1.59	1.57	1.54	1.53
6	逆対称二次	1.44	1.45	1.44	1.44	1.44	1.45	1.44	1.39	1.36
7	対称三次	1.18	1.19	1.19	1.19	1.18	1.19	1.18	1.13	1.08
8	逆対称三次	1.02	1.03	1.02	1.02	1.02	1.03	1.02	0.96	0.89

表-3 計算結果(固有周期, 単位秒)

最後に数値計算にあたり、日本電子計算(株)の藤尾元成氏に多大の御協力を得たことを深く感謝いたします。

参考文献 1) 林, 村田: 吊橋のねじり振動解析, 第29回土木学会年次学術講演会(昭和49年) 2) 林, 上久保: 有限変形要素法によるケーブル解析, 鋼構造協会第5回大会研究発表会, マリナック構造解析法研究発表論文集