

中央大学理工学部 正員 岡内 功  
 東京都交通局 正員 ○佐野敏昭

### 1. まえがき

走行荷重による橋梁の動的応答を解析するに当って、既往の多くの研究では、走行荷重が橋梁のたわみ振動に応じて橋梁に及ぼす慣性力効果を無視している。しかし、鉄道橋のように活荷重と死荷重の比がかなり大きい場合には、上記の慣性力効果も無視しえないのではないかと考え、その影響について、斜張橋を対象として二、三の数値的検討を試みた。以下、解析方法と結果の概要を報告する。

### 2. 解析方法

いま、単一の走行荷重が橋梁上を通過するとして、この荷重が載荷点において橋に及ぼす力は、橋のたわみ振動に伴う荷重の慣性力効果も含めれば、

$$f = P - \frac{P}{g} \ddot{u}_p \quad (1)$$

と書ける。ここで、 $u_p$ は荷重直下のたわみであり、 $P$ は荷重の大きさ、 $g$ は重力加速度である。この $f$ によって斜張橋に振動が強制される。その運動方程式は、斜張橋を有限自由度の質点系と考えると次のように与えられる。

$$[M]\{\ddot{\delta}(t)\} + [C]\{\dot{\delta}(t)\} + [K]\{\delta(t)\} = \{F(t)\} \quad (2)$$

ここで、 $[M]$ は、質量マトリックス、 $[C]$ は、減衰マトリックス、 $[K]$ は、剛性マトリックス、 $\{\delta(t)\}$ は、節点変位ベクトル、 $\{F(t)\}$ は、節点外力ベクトルである。ところで、(2)式によって糸の応答を求めるには、走行荷重 $P$ が節点間にある場合、(1)式の $f$ と等価な節点荷重に置き換えるなければならないが、ここでは計算を簡単にするために、図-1に示すように(1)式第二項の $\ddot{u}_p$ が節点間では線形に変化すると仮定して $f$ を両節点に分配した。その結果、 $\{F(t)\} = \{W(t)\} - [M_p(t)]\{\ddot{\delta}(t)\}$ として、外力ベクトルを表わすことができ、(2)式は、

$$([M] + [M_p(t)])\{\ddot{\delta}(t)\} + [C]\{\dot{\delta}(t)\} + [K]\{\delta(t)\} = \{W(t)\} \quad (3)$$

と書き直すことができる。ここで、 $\{W(t)\}$ は、節点間にある荷重 $P$ を節点に分配した要素の入っているベクトル、 $[M_p(t)]$ は、荷重の質量を上記の仮定にもとづいて節点に分配した要素をもつマトリックスである。

同様に、荷重 $P$ が間隔 $l$ 、速度 $V$ をもって $N$ 台進行して、 $t=0$ に先頭荷重が進入し、時刻 $t$ において、そのうちの $n$ 台が斜張橋上にあるときの運動方程式は、次のようになる。

$$([M] + \sum_{n=0}^N [M_p(t - n\frac{l}{V})])\{\ddot{\delta}(t)\} + [C]\{\dot{\delta}(t)\} + [K]\{\delta(t)\} = \sum_{n=0}^N \{W(t - n\frac{l}{V})\} \quad (4)$$

ここで、 $[M_p(t - n\frac{l}{V})]$ 及び $\{W(t - n\frac{l}{V})\}$ は、 $t=0$ より時間 $n\frac{l}{V}$ 後に追加される荷重の質量マトリックス及び荷重ベクトルである。

(3)または(4)式にもとづいて斜張橋の応答を計算するに当っては、直接漸化法を用いた。ただし、これらの式を解く場合、 $[M_p(t)]$ の要素が荷重の移動に伴って変化するので、各ステップ毎に逆マトリックスを計算しなければならない点のあることを付記しておく。

### 3. 計算結果

図-2に示すよう斜張橋上を単一の荷重 $P$ が走行する場合、及び $P$ が連続して走行する場合を対象として、それぞれの場合におけるケーブル張力、主げたの曲げモーメントなどの時間的変化を計算した。

なお、これらの計算の前に先に述べた節点間におけるたわみの加速度の線形変化仮定の妥当性を検討するために、節点間隔を変化して計算したところ、その間隔を $\frac{1}{20}l$ とすれば実用的にほぼ満足できる結果をうることは見出され、以後は全て

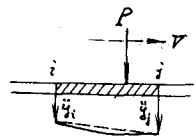


図-1. 鉛直加速度分布

この値を節点間隔として計算を進めた。

周知のように、斜張橋の力学的特性には各種パラメーターが影響をもちが、ここでは、ケーブルと主げたの剛性比  $E_c A_c L^2 / E_s I_s$ 、速度パラメーター  $\sqrt{T} / L_T$  ( $T$  は橋の一次固有周期) 荷重と主げたの質量比  $m_e / m_a$  を変化させ、その影響を検討した。

図-3 及び図-4 は、以上の計算結果得られたケーブル張力の変化を速度  $0$  で移動する場合 (static として示す) と比較したものである。また、図中に  $m_e / m_a = 0$  の場合も示されているが、これは、走行荷重の慣性力の効果を考慮していない場合である。

また、動的影響の大きさを表わす衝撃率  $\alpha$  を  $\alpha = |z_d - z_s|_{max} / z_s$  ( $z$  は断面力、 $d$  は動的、 $s$  は静的を表わす) と定義し、この  $\alpha$  が各種パラメーターに応じてどのように変化する

かを応答の数値計算結果から調べたのが図-5~図-7 である。これらの図を参照すると以下の傾向を認めることができる。① 単一集中荷重の場合荷重の慣性力の影響が大至く現われるが、進行荷重の場合はほとんど現われない。② 慣性力効果の影響は、主げたの曲げ剛性に比べてケーブルの伸び剛性が大きい場合により顕著である。③ 速度が大きくなると衝撃率は大きくなる。

なお、計算は東京大学大型計算機センターにおける HITAC 8800 / 8700 を利用した。

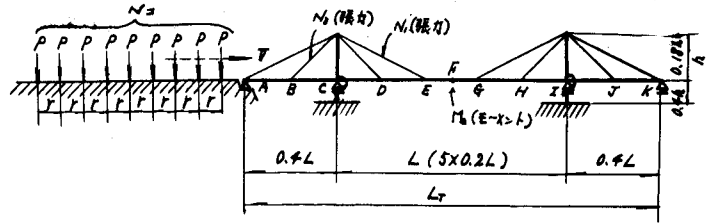


図-2 構造形式

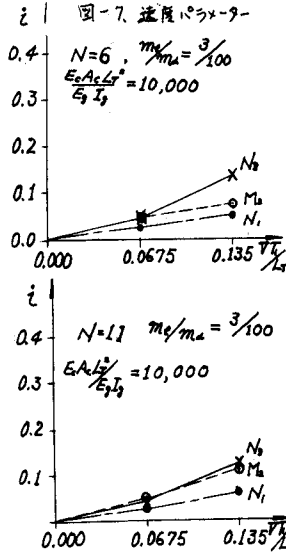


図-7. 速度パラメーター

図-3. ケーブル張力  $N_1$  (進行荷重)

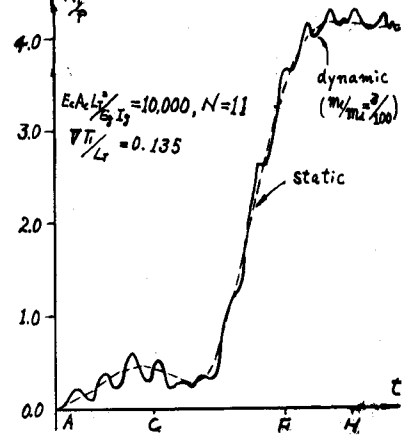


図-3及び4中のA,B,C,D,E,F,Hは、先端荷重がこれらの点に到達するまでの時間を表わしている。また、図中  $m_e/m_a=0$  の場合

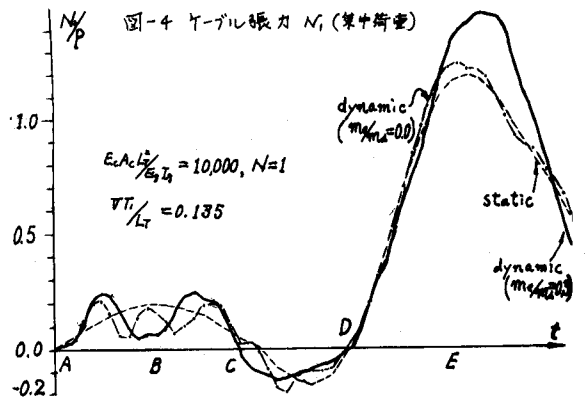


図-4 ケーブル張力  $N_1$  (集中荷重)

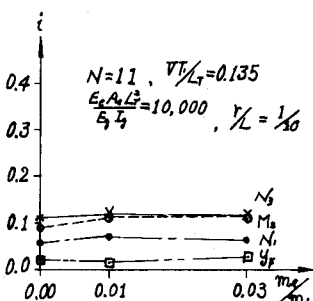


図-6. マスパラメーター (進行荷重)

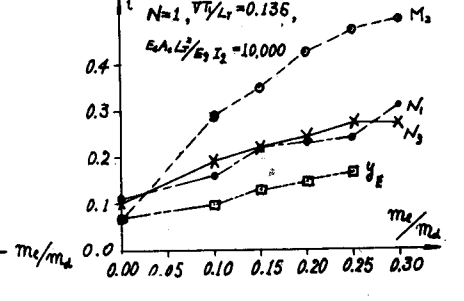
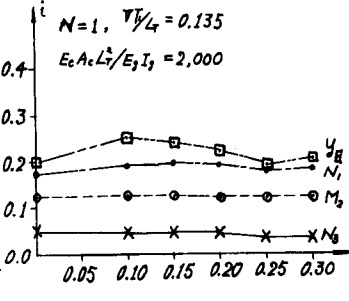


図-5. マスパラメーター (集中荷重)