I-236　ケーブル橋の強制振動について

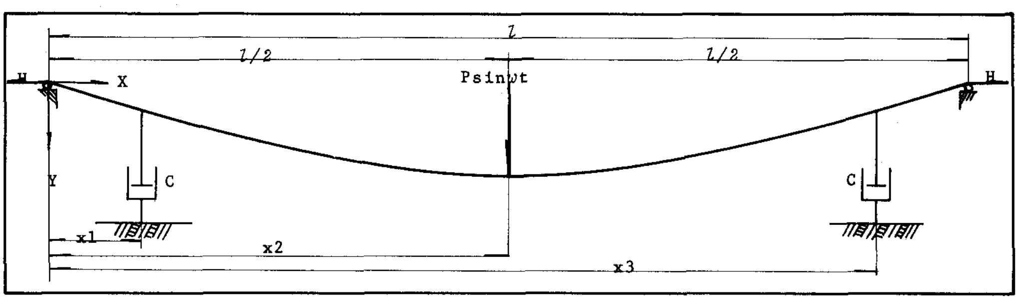
東北工業大学　正員　高橋龍夫
同　上　正員○松山正將
同　上　正員　山田俊次

1；はじめに

著者等は，引張り構造物としての，ひとつの新しい橋梁構造形式（ケーブル橋）を想定した，等分布荷重を担う平行なケーブルの動力学的性状と，このケーブルに振動制御用オイルダンパーを設けた場合の制振効果等について，基礎的資料の収集に努めている。[1][2]

本文においては，サグが比較的小さく，水平方向に等分布荷重が載荷されているケーブルに，粘性抵抗力が集中的に作用する場合の，ケーブルの強制振動について述べたものである。

2；運動方程式について．



上図において，座標原点を左支点として，2個の集中粘性抵抗力を対称に設置し、スパン中央に加振力として正弦波状外力を作用させた場合，次の仮定条件のもとに運動方程式をたてると，次式となる。

仮定条件①ケーブル形状は，放物線とする。

②水平方向に等分布質量があり、ケーブルの自重は考慮しない。

③振動振幅は微少とし，振動たわみによる水平反力の増分を考慮しない。

$$m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-H\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}+C\frac{\partial y}{\partial t}\left\{\delta(x-x1)+\delta(x-x3)\right\}=P\sin\omega t\,\delta(x-x2)$$

mは単位長当りの質量，Hは水平反力，Cは粘性抵抗係数を示す。

初期条件　$t=0$　$y(0,x)=0$　　$t=0$　$\dot{y}(0,x)=0$

境界条件　$x=0$　$y(t,0)=0$　　$x=l$　$y(t,l)=0$

上記の条件のもとに，過渡振動解を求めると次式となる。

$$y=\frac{p\omega}{a^2\beta}\left[\frac{e^{st}}{\frac{d(s^2+\omega^2)}{ds}}\left\{\frac{D1}{D2}\eta_1-\eta_2\right\}\right]_{s=\pm i\omega}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{p\omega}{a^2\beta}\left[\frac{e^{st}}{(s^2+\omega^2)}\cdot\frac{D1}{\frac{dD2}{ds}}\eta_1\right]_{s=\mu_j\pm i\nu_j}$$

右辺第1項は、強制振動の定常解を示し，第2項は，強制力によって生ずる自由振動解を表わしている。

$a^2=\frac{H}{m}$；　$p=\frac{P}{m}$；　$\alpha=\frac{C}{\sqrt{mH}}$；　$\beta^2=\frac{s^2}{a^2}$

$D1=\sinh\beta(l-x2)+\alpha\cdot\sinh\beta(x3-x2)\cdot\sinh\beta(l-x3)$

$D2=\sinh\beta l+\alpha\left\{\sinh\beta x1\cdot\sinh\beta(l-x1)+\sinh\beta x3\cdot\sinh\beta(l-x3)\right\}+\alpha^2\cdot\sinh\beta x1\cdot\sinh\beta(x3-x1)\cdot\sinh\beta(l-x3)$

$$\eta_1 = \sinh\beta x + \alpha\cdot\sinh\beta x1\cdot\sinh\beta(x-x1) + \{\alpha\cdot\sinh\beta x3 + \alpha^2\cdot\sinh\beta x1\cdot\sinh\beta(x3-x1)\}\cdot\sinh\beta(x-x3)$$

$$\eta_2 = \sinh\beta(x-x2) + \alpha\cdot\sinh\beta(x3-x2)\cdot\sinh\beta(x-x3)$$

自由振動解については、先に報告してあるので[3]、第1項の強制振動項を整理すると、次式となる。

$$\delta = \pm i\omega;\quad \beta = \pm\frac{i\omega}{a};\quad \frac{\omega}{a} = \delta$$

$$\eta_{11} = \alpha\{\sin\delta x1\cdot\sin\delta(x-x1) + \sin\delta x3\cdot\sin\delta(x-x3)\};\quad \eta_{12} = \sin\delta x - \alpha^2\cdot\sin\delta x1\cdot\sin\delta(x3-x1)\cdot\sin\delta(x-x3)$$

$$\eta_{21} = \alpha\cdot\sin\delta(x3-x2)\cdot\sin\delta(x-x3);\quad \eta_{22} = \sin\delta(x-x2)$$

$$D_{11} = \alpha\cdot\sin\delta(x3-x2)\cdot\sin\delta(l-x3);\quad D_{12} = \sin\delta(l-x2)$$

$$D_{21} = \alpha\{\sin\delta x1\cdot\sin\delta(l-x1) + \sin\delta x3\cdot\sin\delta(l-x3)\};\quad D_{22} = \sin\delta l - \alpha^2\cdot\sin\delta x1\cdot\sin\delta(x3-x1)\cdot\sin\delta(l-x3)$$

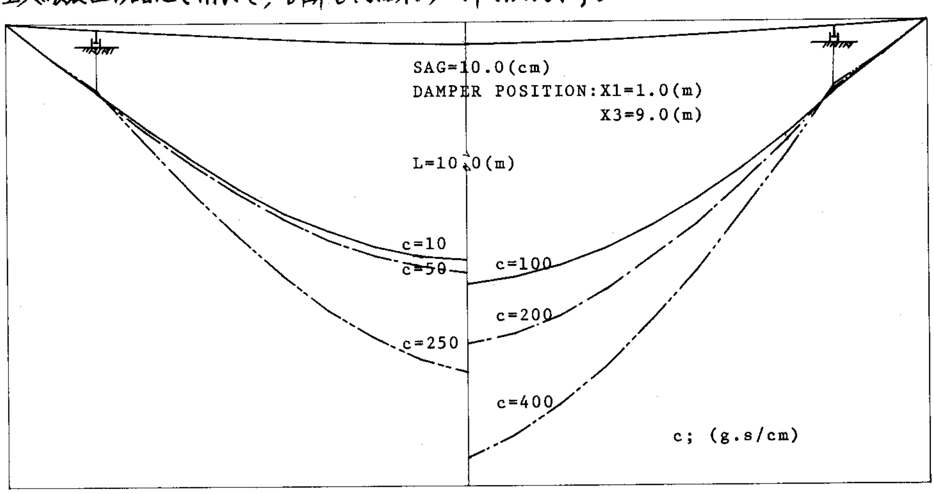
$$Y = \frac{P}{2\omega\sqrt{mH}\,(D_{21}^2+D_{22}^2)}\cdot A\sin(\omega t+\phi)$$

$$A = \left[\{(D_{11}D_{21}+D_{12}D_{22})\eta_{11} + (D_{11}D_{22}-D_{12}D_{21})\eta_{12} - (D_{21}^2+D_{22}^2)\eta_{21}\}^2 + \{(D_{11}D_{22}-D_{12}D_{21})\eta_{11} - (D_{11}D_{21}+D_{12}D_{22})\eta_{12} + (D_{21}^2+D_{22}^2)\eta_{22}\}^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\tan\phi = \frac{(D_{11}D_{21}+D_{12}D_{22})\eta_{11} + (D_{11}D_{22}-D_{12}D_{21})\eta_{12} - (D_{21}^2+D_{22}^2)\eta_{21}}{(D_{11}D_{22}-D_{12}D_{21})\eta_{11} - (D_{11}D_{21}+D_{12}D_{22})\eta_{12} + (D_{21}^2+D_{22}^2)\eta_{22}}$$

3、数値計算について、

模型実験装置の諸元を用いて、計算した結果の一部を次に示す。



上図は、ダンパーを 1/10点に対称に設け、粘性抵抗力Cを変化させた場合のケーブルの振動一次モードである。なお、当日は、ダンパー位置を 1/5、1/4点に移動した場合、位相おくれ等、実験値も含めて発表する予定である。

4、参考文献

①ケーブル橋の防振に関する一考察（1974、10、第29回年講） 高橋、松山、山田

②ケーブル橋の強制振動について、（1975、2、土木学会東北支部） 高橋、松山、山田

③ケーブル橋の防振についての基礎的考察（1974、2、土木学会東北支部） 高橋、松山、山田

④機械振動（亘理 厚、丸善）