

京都大学 正員 白石成人
 川崎重工業 正員 佐岡隆也
 川崎重工業 正員 〇小川一志

1. まえがき

従来、3次元構造物(吊橋)の耐風性の調査に際して、3次元模型実験または強制振動法による動的空気力を用いて検討が行われて、2次元剛体模型のバネ支持実験の結果が、検証実験のわくを越えて有効に利用されることは少なかったように見うけられる。ここでは、風速と振幅の関数として表示した非線形動的空気力係数を媒介として、バネ支持実験の結果と、3次元構造物(吊橋)の空力弾性振動の関係について、一考察を加えようとするものである。なお、本論文の解析において、次の仮定を用いるものとする。

- 1) 非線形動的空気力係数を、風速と振幅の関数として多項近似できるものとする。
- 2) 非線形動的空気力を受ける吊橋は、非線形振動系となるが、解析の対象とする振幅の前後 $N/2$ 波 ($N=1, 2, \dots$) の範囲内では、振動系の散逸エネルギーが等価な線形振動系に置換できるものとする。

2. 3次元構造物(吊橋)の運動方程式

たわみ、ねじれ2自由度の振動をしている3次元構造物の運動方程式は次のように表わされる。

$$\ddot{\delta}_j + 2\zeta_{hj}\omega_j \dot{\delta}_j + \omega_{hj}^2 \delta_j = \frac{\omega_j^2}{4\pi^2} \left\{ \sum_k \int_0^1 (L_{hR} + iL_{hI}) \eta_j \eta_k d\bar{x} \cdot \delta_k + \sum_k \int_0^1 (L_{\alpha R} + iL_{\alpha I}) \eta_j \varphi_k d\bar{x} \cdot P_k \right\} \quad (1)$$

$$\ddot{P}_j + 2\zeta_{\alpha j}\omega_j \dot{P}_j + \omega_{\alpha j}^2 P_j = \frac{\omega_j^2}{4\pi^2} \left\{ \sum_k \int_0^1 (M_{hR} + iM_{hI}) \varphi_j \eta_k d\bar{x} \cdot \delta_k + \sum_k \int_0^1 (M_{\alpha R} + iM_{\alpha I}) \varphi_j \varphi_k d\bar{x} \cdot P_k \right\} \quad (2)$$

上式における動的空気力係数は、バネ支持実験の結果より整理される対数減衰率 δ と振動数比 (ω_h/ω) 、 (ω_α/ω) と振幅比 (\bar{h}_0/α_0) および位相差 θ を用いて、次式で表示される。

$$L_{hR} = \mu \left[\left(\frac{\omega_h}{\omega}\right)^2 - \frac{\zeta_{hj}\delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) - 1 + \frac{\delta^2}{4\pi^2} \right] = \sum_j \sum_k a_{Rjk} \bar{V}^{k-1} \bar{h}_0^{j-1} \quad (3)$$

$$L_{hI} = \mu \left[2\zeta_{hj} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) - \frac{\delta}{\pi} \right] = \sum_j \sum_k a_{Ijk} \bar{V}^{k-1} \bar{h}_0^{j-1} \quad (4)$$

$$L_{\alpha R} = \mu \left(\frac{\bar{h}_0}{\alpha_0}\right) \left\{ \left[\frac{\delta^2}{4\pi^2} - 1 - \frac{\zeta_{hj}\delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) + \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right)^2 - \frac{L_{hR}}{\mu}\right] \cos\theta - \left[-\frac{\delta}{\pi} + 2\zeta_{hj} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) - \frac{L_{hI}}{\mu}\right] \sin\theta \right\} = \sum_j \sum_k b_{Rjk} \bar{V}^{k-1} \alpha_0^{j-1} \quad (5)$$

$$L_{\alpha I} = \mu \left(\frac{\bar{h}_0}{\alpha_0}\right) \left\{ \left[\frac{\delta^2}{4\pi^2} - 1 - \frac{\zeta_{hj}\delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) + \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right)^2 - \frac{L_{hR}}{\mu}\right] \sin\theta + \left[-\frac{\delta}{\pi} + 2\zeta_{hj} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) - \frac{L_{hI}}{\mu}\right] \cos\theta \right\} = \sum_j \sum_k b_{Ijk} \bar{V}^{k-1} \alpha_0^{j-1} \quad (6)$$

$$M_{hR} = \nu \left(\frac{\alpha_0}{\bar{h}_0}\right) \left\{ \left[\frac{\delta^2}{4\pi^2} - 1 - \frac{\zeta_{hj}\delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) + \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right)^2 - \frac{M_{hR}}{\nu}\right] \cos\theta + \left[-\frac{\delta}{\pi} + 2\zeta_{\alpha j} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) - \frac{M_{hI}}{\nu}\right] \sin\theta \right\} = \sum_j \sum_k c_{Rjk} \bar{V}^{k-1} \bar{h}_0^{j-1} \quad (7)$$

$$M_{hI} = -\nu \left(\frac{\alpha_0}{\bar{h}_0}\right) \left\{ \left[\frac{\delta^2}{4\pi^2} - 1 - \frac{\zeta_{hj}\delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) + \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right)^2 - \frac{M_{hR}}{\nu}\right] \sin\theta + \left[-\frac{\delta}{\pi} + 2\zeta_{\alpha j} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) - \frac{M_{hI}}{\nu}\right] \cos\theta \right\} = \sum_j \sum_k c_{Ijk} \bar{V}^{k-1} \bar{h}_0^{j-1} \quad (8)$$

$$M_{\alpha R} = \nu \left[\left(\frac{\omega_h}{\omega}\right)^2 - \frac{\zeta_{\alpha j}\delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) - 1 + \frac{\delta^2}{4\pi^2} \right] = \sum_j \sum_k d_{Rjk} \bar{V}^{k-1} \alpha_0^{j-1} \quad (9)$$

$$M_{\alpha I} = \nu \left[2\zeta_{\alpha j} \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right) - \frac{\delta}{\pi} \right] = \sum_j \sum_k d_{Ijk} \bar{V}^{k-1} \alpha_0^{j-1} \quad (10)$$

ここで、 $\delta_j = \bar{\delta}_j e^{zt}$ 、 $P_j = \bar{P}_j e^{zt}$ 、 $z = (-\delta/2\pi + i)\omega$ とおき、さらに、 η_j 、 φ_j ($j=1, 2, \dots$) として、それぞれ j 次のたわみ振動モードと、ねじれ振動モードを考慮すると、振動モードの直交性から、次式が成立する。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{22} & & 0 & B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n} \\ & & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ & & & & A_{nn} & B_{n1} & B_{n2} & \dots & B_{nn} \\ & & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} & D_{11} & D_{22} & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & & & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} & 0 & & & D_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\delta}_1 \\ \vdots \\ \bar{\delta}_n \\ \bar{P}_1 \\ \vdots \\ \bar{P}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

したがって、式(11)から、3次元構造物の耐風性を調べる場合、 j 次のたわみ振動 $\bar{\delta}_j$ と $1, 2, \dots, n$ 次のねじれ振動 $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n$ との連成、または j 次のねじれ振動 \bar{P}_j と $1, 2, \dots, n$ 次のたわみ振動 $\bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2, \dots, \bar{\delta}_n$ との連成を解析することになる。

3. バネ支持実験の結果と3次元構造物の耐風応答の比較

3次元構造物が、ねじれ1自由度振動をする場合、式(2)より運動方程式として、次式が成立する。

$$\ddot{p}_j + 2\zeta_{\alpha j} \omega_{\alpha j} \dot{p}_j + \omega_{\alpha j}^2 p_j = -\frac{\omega_0^2}{b^2} \int_0^l (M_{\alpha R} + iM_{\alpha I}) \varphi_j^2 d\bar{x} \cdot p_j \quad (12)$$

2次元剛体のねじれ振動の運動方程式は、次のようである。

$$\ddot{p}_j + 2\zeta_{\alpha j} \omega_{\alpha j} \dot{p}_j + \omega_{\alpha j}^2 p_j = -\frac{\omega_0^2}{I_{\alpha}} (\bar{M}_{\alpha R} + i\bar{M}_{\alpha I}) p_j \quad (13)$$

式(12)(13)より明らかのように、ねじれ1自由度振動の場合、2次元剛体と3次元構造物との運動方程式の相違点は、右辺の空気力の項である。そこで、3次元構造物の空気力に対応した2次元剛体における等価な空気力係数は次式で与えられる。

$$\bar{M}_{\alpha R} + i\bar{M}_{\alpha I} = \frac{I_{\alpha}}{b^2} \int_0^l (M_{\alpha R} + iM_{\alpha I}) \varphi_j^2 d\bar{x} \quad (14)$$

ただし

$$\nu_j = \int_0^l I_{\alpha} \varphi_j^2 d\bar{x} / \pi S b^4 \quad \nu_0 = I_{\alpha} / \pi S b^4 \quad (15)$$

いま、極慣性モーメント I_{α} が、橋軸方向に一定であるとする

$$\bar{M}_{\alpha R} + i\bar{M}_{\alpha I} = \int_0^l (M_{\alpha R} + iM_{\alpha I}) \varphi_j^2 d\bar{x} / \int_0^l \varphi_j^2 d\bar{x} \quad (16)$$

動的空気力係数は、対数減衰率 δ と、式(3)~(10)のような関係にあるが、動的空気力係数が橋軸方向に変化する3次元構造物の場合、対数減衰率と動的空気力係数の関係は、式(16)の積分によって平均化される。その結果3次元構造物の場合、対数減衰率 δ の振幅 α_0 による変化は、バネ支持実験(2次元模型)に比べて鈍感となる傾向がある。また、式(16)から、定常振動に関するバネ支持実験の結果と、3次元構造物の挙動の間の関係についても、ある程度推定することができる。例えば、図-1の場合、バネ支持実験の結果は、振幅 A_0 以下の振幅の影響を受ける3次元構造物より安全側となるが、図-2の場合、危険側となる傾向があるので注意を要する。

4. 数値計算例

バネ支持実験の結果を、式(3)~(10)に代入して、非線形動的空気力係数を、風速と振幅の関数として求めた後、式(11)あるいは(12)を解析すれば、3次元構造物(吊橋)の空力弾性振動を推定することができる。ここでは、ねじれ振動が卓越して発現する吊橋断面の場合について、ねじれ振動だけに着目する。バネ支持実験結果(V-A- δ 曲線)から非線形動的空気力係数を算出し、その空気力係数を用いて、逆に、バネ支持実験と全体模型実験(3次元構造物)のV-A- δ 関係を求めることとする。例として、倍振幅4°のときのV- δ 曲線の計算結果を、実験結果(参考文献2)とともに示す。

5. あとがき

吊橋に作用する空気力が、非線形で振幅の関数であり、風速あるいは風の吹き上げ角が橋軸方向に変化する場合、2次元模型のバネ支持実験結果から、実橋の耐風性を検討するに際して、振動モードの影響を無視することはできない。また、たわみとねじれの振動モード間の連成も重要な問題となる。

- (1)白石、小川；非線形動的空気力を考慮した吊橋の耐風応答に関する一考察，土木学会論文報告集，投稿中
- (2)久保、宮田、伊藤；吊橋系の空力弾性振動の部分・全体模型による風洞実験について，構造物の耐風性に関する第3回シンポジウム，1994

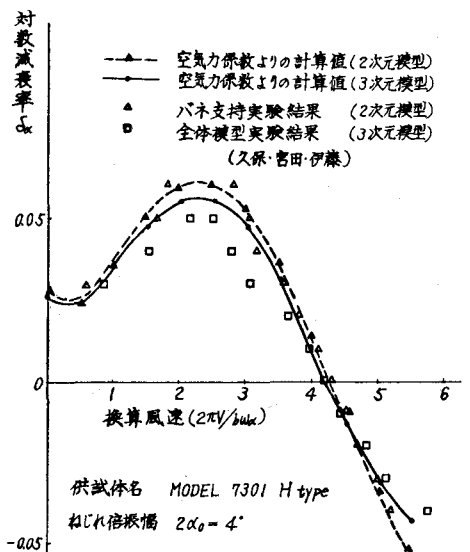
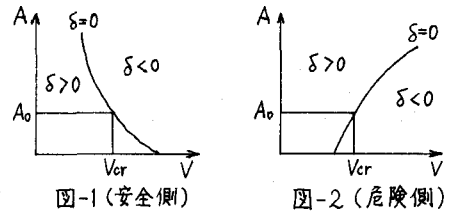


図-3 V- δ 曲線