

大阪市立大学 正員 中井 博
 大阪市立大学 学正員 野口 二郎

1. まえがき

本文は、Melan^{1),2)}により、導かれた膜理論に基づき、吊橋に鉛直荷重が作用するときの構造解析を Transfer Matrix法により行なうものである。この方法では、未知量も少なく、変断面の補剛桁を有する吊橋の取り扱いも容易で、またタワー等も有する吊橋にも拡張できる。しかも著者らは基礎微分方程式とケーブル方程式とを連立させ、マトリクス要素内に塔頂の水平変位成分とケーブルの水平張力 H_p を挿入した。さらに所要の計算精度を確保するために、文献3) に示したマトリクス要素内の双曲線関数項の分離・単位化を行なった。未知である H_p は Newton-Raphson 法によって逐次近似する。そして模型実験で本文の解析法の妥当性を調べる。

2. Transfer Matrix法による構造解析

周知の基礎微分方程式、およびケーブル方程式は次式で表わされる。

$$EI \eta'''' - (H_w + H_p) \eta'' = g(x) - \frac{1}{l} H_p \quad \text{----- (1)}$$

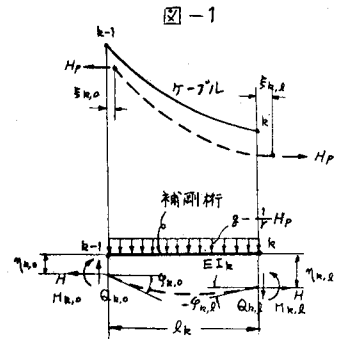
$$H_p \frac{L_H}{EcAc} + e \cdot t \cdot L_T - \frac{1}{l} \int_0^k \eta dx = 0 \quad \text{----- (2)}$$

よは式(2)の第3項で、次式のように定義する。

$$\xi_{k,0} = -\frac{1}{l} \int_0^k \eta dx + \xi_{k,0} \quad \text{----- (3)}$$

式(1), (3)を解き、第kパネルの右端の状態ベクトル $y_{k,0}$ を左端の状態ベクトル $y_{k,0}$ で表わすと式(4)が得られる。

とこの式(4)は双曲線関数 $\cosh cl$ および $\sinh cl$ の項を含み、これらは cl 値が大きくなれば ($cl = 20 \sim 30$)、他の項に比



$$\begin{matrix} \xi \\ \eta \\ \varphi \\ M \\ Q \\ H_p \\ 1 \end{matrix} \Big|_{k,0} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{l}{c} & -\frac{l^2}{2c^2} & \frac{1}{H_T} \left(\frac{\sinh cl}{c} - l \right) & \frac{1}{H_T} \left(\frac{\cosh cl}{c^2} - \frac{l^2}{2c^2} \right) & \frac{1}{H_T} \left(\frac{\sinh cl}{c^2} - \frac{l}{c} \right) & -\frac{g}{H_T} \left(\frac{\sinh cl}{c} - \frac{l^2}{2c^2} \right) \\ 0 & 1 & l & -\frac{1}{H} (\cosh cl - 1) & -\frac{1}{H} \left(\frac{\sinh cl}{c} - l \right) & -\frac{1}{H_T} \left(\frac{\cosh cl}{c^2} - \frac{l^2}{2c^2} \right) & \frac{g}{H} \left(\frac{\cosh cl}{c^2} - \frac{l^2}{2c^2} \right) \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{c}{H} \sinh cl & -\frac{1}{H} (\cosh cl - 1) & -\frac{1}{H_T} \left(\frac{\sinh cl}{c} - l \right) & \frac{g}{H} \left(\frac{\sinh cl}{c} - l \right) \\ 0 & 0 & 0 & \cosh cl & \frac{1}{c} \sinh cl & \frac{1}{c^2} (\cosh cl - 1) & -\frac{g}{c} (\cosh cl - 1) \\ 0 & 0 & 0 & c \cdot \sinh cl & \cosh cl & \frac{1}{c} \sinh cl & -\frac{g}{c} \cdot \sinh cl \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \xi \\ \eta \\ \varphi \\ M \\ Q \\ H_p \\ 1 \end{matrix} \Big|_{k,0} \quad \text{----- (4)}$$

べて著しく大きくなり計算精度の劣化をまねく。これを防ぐために、次のように双曲線関数項の分離・単位化を行なう。

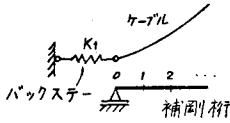
$$\left. \begin{matrix} U = \xi + \varphi / c^2 r \\ W = \eta + M / H \\ S = Q + H \cdot \varphi \\ \tilde{\varphi} = \varphi / \cosh cl \\ \tilde{M} = M / \cosh cl \end{matrix} \right\} \text{----- (5)}$$

$$\tilde{F}_k = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{l}{c} & 0 & 0 & -\frac{1}{H_T} \frac{g^2}{c^2} & -\frac{1}{H_T} \frac{g^2}{c} & \frac{g}{H_T} \frac{g^2}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{H} \cdot l & \frac{1}{H_T} \frac{g^2}{c^2} & -\frac{g}{H} \frac{g^2}{c^2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{c}{H} \tanh cl & -\frac{1}{H} \left(1 - \frac{1}{\cosh cl} \right) & -\frac{1}{H_T} \frac{\sinh cl - cl}{c \cosh cl} & \frac{g}{H} \frac{\sinh cl - cl}{c \cosh cl} \\ 0 & 0 & -\frac{H}{c} \tanh cl & 1 & \frac{1}{c} \tanh cl & \frac{1}{c^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh cl} \right) & -\frac{g}{c^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh cl} \right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{g}{c} & -g \cdot l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Big|_k \quad \text{----- (6)}$$

以上の操作を行なった $\{U, W, \tilde{\varphi}, \tilde{M}, Q, H_p, 1\}$ に関する Field Matrix は式(6)のようになる。

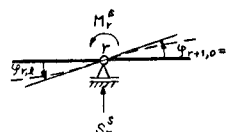
また Point Matrix \tilde{P}_k は単位行列となるが、変断面の補剛桁を有する場合 \tilde{P}_k の $P(1, 3)$ 要素に $1/C_k^2 \cdot r_k - 1/C_{k+1}^2 \cdot r_{k+1} \cdot \prod_{i=1}^k \cosh c_i l_i$ なる微小項が入ってくる。境界条件は以下のである。

1) 初期条件



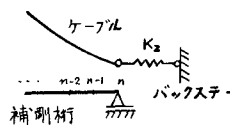
$$\left. \begin{aligned} U_{1,0} &= \varphi_{1,0}/C_1^2 r_1 + K_1 H_P + 1 \cdot \Delta_1; H_P \neq 0 \\ W_{1,0} &= 0; S_{1,0} \neq 0 \\ M_{1,0} &= 0; \varphi_{1,0} \neq 0 \\ K_1 &: \text{バックスターのバネ定数} \\ \Delta_1 &: \text{バックスターの温度による伸び} \end{aligned} \right\} \text{--- (7)}$$

2) 中間条件



$$\left. \begin{aligned} W_{r+1,0} &= M_r^s / H \\ \varphi_{r+1,0}^s &= \varphi_r^s / r \prod_{i=1}^r \cosh c_i l_i \\ \tilde{M}_{r+1,0} &= M_r^s / \prod_{i=1}^r \cosh c_i l_i \\ S_{r+1,0} &= S_{r,0} + S_r^s \end{aligned} \right\} \text{--- (8)}$$

3) 末端条件



$$\left. \begin{aligned} W_{n,0} &= 0 \\ \tilde{M}_{n,0} &= 0 \\ U_{n,0} - \varphi_{n,0} C_n^2 r_n + (k_2 + \frac{L_n}{E_c A_c}) H_P + 1 \cdot (e \cdot L_n^1 + \Delta_2) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{--- (9)}$$

式(7)~(9)により未知量が決定され、 $\tilde{y}_{n,0}$ は次式により容易に求められる。

$$\tilde{y}_{n,0} = \tilde{P}_k \cdot \tilde{P}_{k-1} \cdot \tilde{P}_{k-2} \cdots \tilde{P}_1 \cdot \tilde{y}_{1,0} \text{--- (10)}$$

3. Newton-Raphson 法による逐次解

$H_{P,i}$ の近似解 $H_{P,i+1}$ は、Newton-Raphson法を適用すると次式で表わせる。

$$\tilde{H}_{P,i+1} = \tilde{H}_{P,i} - \frac{\tilde{H}_{P,i} - \tilde{H}_{P,i-1}}{\tilde{H}'_{P,i} - 1} \text{--- (11)}$$

$$\text{ここに、} \tilde{H}'_{P,i} = \frac{\tilde{H}_{P,i} - \tilde{H}_{P,i-1}}{H_i - H_{i-1}}$$

くり返し計算の過程を図-2フローチャートに示す。

4. 模型実験

図-3に示す単径間2ヒンジ吊橋模型で、静的載荷実験を行なった。図-4(a)~(e)の変形量および断面力は、いずれも理論値と実験値とがよく一致しており、本文の解析方法が十分妥当なものであると思われる。

参考文献

- 1) Esslinger, M., Acier, (1962)
- 2) 平井 敦 鋼橋Ⅲ, (88.42)
- 3) 中井・幸口 土木学会論文集第233号, (1975.1)

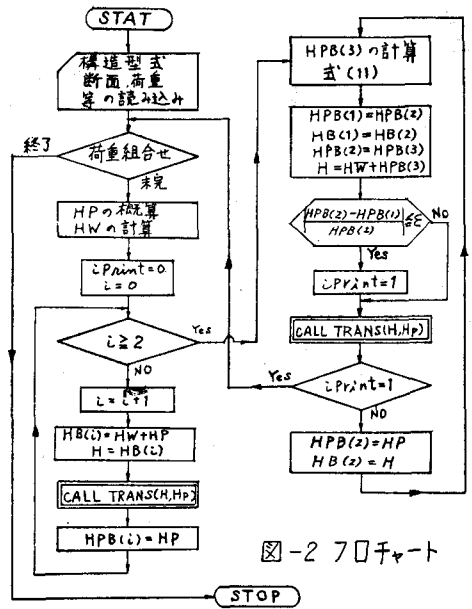


図-2 フローチャート

図-3

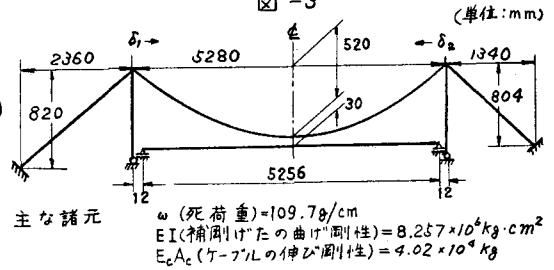


図-4

