

信州大学 正員 谷本 勉之助
 信州大学 正員 夏目 正太郎
 ○信州大学 学生員 鈴木 修一

1 まえがき

本報告は、大変形理論や有限変位理論における、種々の解法を検討し、それらを同一構造物に適用し、数値計算結果を比較検討しようとするものである。解法は、7種類について行っており詳細については、以下を参照されたい。

2 各種基礎方程式

a) 骨組の微小変形理論

b) 大変形理論1

これは、当研究室においてベースと成る解法である。

ひずみ-変位関係は、図1において変形後のつりあい差をえて

$$\overline{CB} + \overline{U}_B = \overline{AB} + \overline{U}_A \quad (1)$$

$$\Delta L = L' - L = U_B \cos \theta + L(-1 + \cos \Delta \theta) \quad (2)$$

$$\epsilon_x = \Delta L / L = \{U_B \cos \theta - L(1 - \cos \Delta \theta)\} / L \quad (3)$$

又 $F = EA \epsilon_x$ より

$$F = EA \{U_B - \overline{U}_A\} / L - EA(1 - \cos \Delta \theta) \quad (4)$$

次に、剛体回転角 $\Delta \theta$ と歪み角の関係は $\theta = \overline{\theta} + \Delta \theta$ (5)

剛体回転角 $\Delta \theta$ と変位 v の関係は、 $\sin \Delta \theta = \overline{AC} / \overline{AB} = (v_B - v_A) / L$ (6)

(5)(6)を微小変形理論の応力方程式に入れると、(7)の非線形応力方程式を得る。

$$\begin{pmatrix} F \\ S \\ M \\ F \\ S \\ M \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} EA \\ L \\ \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L^2} \\ \frac{EA}{L} \\ \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2L & 0 & -2L & 0 & 0 \\ 0 & -3L^2 & -2L^2 & 0 & 3L^2 & -L^2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2L & 0 & -2L & 0 & 0 \\ 0 & 3L^2 & 0 & -3L^2 & 2L^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{u} \\ \overline{v} \\ \overline{\theta} \\ \overline{u} \\ \overline{v} \\ \overline{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -EA(1 - \cos \Delta \theta) \\ \frac{12EI}{L^2}(\Delta \theta - \sin \Delta \theta) \\ -\frac{6EI}{L}(\Delta \theta - \sin \Delta \theta) \\ -EA(1 - \cos \Delta \theta) \\ \frac{12EI}{L^2}(\Delta \theta - \sin \Delta \theta) \\ \frac{6EI}{L}(\Delta \theta - \sin \Delta \theta) \end{pmatrix} \quad (7)$$

ただしこの方程式は、
部材座標系のものである。

図 1

これは部材座標系のものである。

c) 大変形理論2

考え方は(b)を基にしているが、微小変形理論から大変形理論を導く過程で、近似的考慮をなくし、さらに厳密化したものである。非線形型応力方程式は、(8)となる。

$$\begin{pmatrix} F \\ S \\ M \\ F \\ S \\ M \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} EA \\ L \\ \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L^2} \\ \frac{EA}{L} \\ \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2L & L^2 & 0 & -2L & L^2 \\ 0 & -3L^2 & -2L^2 & 0 & 3L^2 & -L^2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2L & L^2 & 0 & -2L & L^2 \\ 0 & 3L^2 & L^2 & 0 & -3L^2 & 2L^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{u} \\ \overline{v} \\ \overline{\theta} \\ \overline{u} \\ \overline{v} \\ \overline{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -EA(1 - \cos \Delta \theta) \\ 0 \\ 0 \\ -EA(1 - \cos \Delta \theta) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

d) 有限変位理論

応力-ひずみ関係、ひずみ-変位関係を線形とし、応力と外力とのつりあいを、変形後の座標位置で、とったものである。非線形項は、座標変換のときの角 θ に含まれる。

e) 軸方向ひずみ式 (3)を (6)(7)のように図形によらず、代数的にテイラー展開より求めたものである。

$$L = \sqrt{(a'-a)^2 + (b'-b)^2} \quad L' = \sqrt{[(a'-a) + (u'-u)]^2 + [(b'-b) + (v'-v)]^2} \quad (9)$$

を用いて、

$$F = EA \Delta L / L = EA L \cos \varphi + \sigma \sin \varphi + \tau \sin \varphi / L (\sigma' - \sigma) \quad (10)$$

ただし

$$\begin{bmatrix} \sigma \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{2L} \begin{bmatrix} u'-u \\ v'-v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi + (u'-u)/2L \\ \sin \varphi + (v'-v)/2L \end{bmatrix} S \quad S = \sum_{r=1}^{\infty} S_r \quad S_r = (-1)^r \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2r-1)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (r+1)} \varepsilon^r \quad (11)$$

この例を (4)と較べるとよい。

(S, M については、(8)式を使用)

f) 軸方向ひずみさ 2次項まで含めたもの

$$\varepsilon_x = du/dx + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \quad \text{に諸量を代入し} \quad (12)$$

$$\varepsilon_x = (\bar{u}_B - \bar{u}_A) / L - (1 - \cos \varphi) + \sin^2 \varphi / 2 + \left\{ (\bar{u}_B - \bar{u}_A) / L - (1 - \cos \varphi) \right\}^2 / 2 \quad (13)$$

(13)を $F = EA \varepsilon_x$ に代入し、応力方程式をつくった。(S, M については、(8)式を使用)

g) 漸増荷重法

ある荷重をかけたいとき、その荷重をいくつかに分割して、載荷し、そのつと座標を変え力量も変えて、つりあいをとっていく方法である。たとえば、第 r 回目での載荷時つりあいを考えると、

$$\{S_r\} \left\{ \sum_{i=1}^r \Delta U_i + \Delta U_r \right\} + \left\{ \sum_{i=1}^r \Delta P_i \right\} = 0 \quad (14)$$

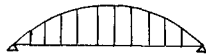
ここで、分割数だけ計算を繰り返して、それぞれの変位と力量を加えたものが最終値となる。

$$\begin{bmatrix} \sigma \\ \tau \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r \begin{bmatrix} \Delta U_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad \text{が Key Equation となる。} \quad (15)$$

この解法においては、(6)~(7)の解法と見え方の点で、まったく違っている。以上で考えられる解法の概略をつかんでいただけたと思う。

3. 計算例

例題としては、初めアークに(4)~(7)の解法をあてはめ、その数値結果の比較検討を行ない、次にランガーを倒れとり、最終的には、単径間吊橋、三径間吊橋を倒れとり、条件をかえて、大変形理論と微小変形理論の値を、検討してみた。



なお、数値結果は、紙面の関係上省略し、当日発表する。

4. おとがき

大変形理論においては、微小変形理論よりも変位量が大きくおられるというまじがった概念を私は持っているようである。しかし、今回種々の構造物を通して電算実験を行なってみた結果、構造物によって、又条件によって、微小変形理論によって解かれた結果が、大変形理論によるものよりはるかに大きな値を示すこともありうる。言葉をかえていうならば、大変形理論は、物によっては、安全設計にも経済設計にも利用できると思われる。今回は、結果に対する検討中心であったが、さらに理論的に、解明できないものかと思われる。

計算機については、信州大学データステーションを経由して、東大大型計算機センターの HITAC 8800/8700 を利用した。