

九州大学 工学部 正員 小坪 清真
 九州工業大学 正員 高西 照彦
 九州大学 工学部 正員 園田 敏矢

1. まえがき 水中橋脚の弾性振動に関しては、現在までに理論的、実験的研究がいくつか行われており、^{(1),(2)} (3),(4) 水中橋脚に対する附加質量の問題が詳細に解説されている。しかし、これらの研究はすべて、その断面が円形、楕円形、長方形である單一柱に関するものである。柱が2本以上の場合に対する研究はほとんど行われておらず、著者の一人⁽⁵⁾が円形断面を有する2本柱の水中振動の理論的解析を行って、その附加質量係数を求めているにすぎない。現在、長大橋梁の橋脚基礎として水中に築造された多柱基礎が多く採用されつつある。本論は多柱基礎の耐震設計に関する研究の一環として、多柱基礎に対する附着水量の問題を取り上げて、これを理論、実験の両面から解明しようとするものである。本論では多柱基礎の水中振動に関する解析理論を導き、この理論に基づいて多柱基礎に対する附加質量係数を求め、2, 3の模型実験を行って著者等の理論の有用性を示した。

2. 解析理論の基本的考え方 一般に、多柱基礎がその下端に地震波を受けて水中で振動する場合、各柱に対する附加質量に及ぼす水の粘性及び圧縮性の影響は小さく、これをほとんど無視してもよい。また、柱の直径に比べて水中部の長い多柱基礎については、その水中振動を柱軸方向には一様だとして次元的に取扱うことが許される。本論ではまず、(i) 円形断面を有する無限柱が、水中で軸直角方向に振動する場合に対する速度ポテンシャル ϕ を求める。その際水の粘性及び圧縮性は無視する。つぎに、(ii) (i)で求めた解を利用して、以下に示すように考えて多柱基礎に対する速度ポテンシャルを求める。説明を簡単にするため、図-1に示す、2本柱が水中で x 方向に振動する場合について著者等の理論的基本的な考え方を述べる。 j 柱を固定したまま i 柱を x 方向に $\dot{x} = D \cos \omega t$ で振動させた場合とその逆の場合に対する水中の各点の速度ポテンシャル ϕ_i と ϕ_j とが求められれば、 i, j 両柱を同時に x 方向に $\dot{x} = D \cos \omega t$ で振動させたときの水中の各点の速度ポテンシャル ϕ は $\phi = \phi_i + \phi_j$ によって与えられる。 ϕ が得られれば j 柱に作用する動水圧 P_j が計算できるので、この P_j から附加質量係数 α を求めることができる。 ϕ_j は ϕ_i から容易に導くことができるるので、結局 ϕ_i が得られればよいことになる。 ϕ_i を求めるには(a) 図-1において j 柱を取除き、 i 柱を x 方向に $\dot{x} = D \cos \omega t$ で振動せしめ。このとき水中の各点の速度ポテンシャル $\phi_i^{(1)}$ は上述の(i)によって与えられるから、これより j 点(j 柱の中心位置)の x 方向の変位 $u_{ip}^{(1)}$ を求めることができる。(b) j 点は不動でなければならぬので、(a)の操作によって生じた j 点の変位を元に戻すために j 柱を $u_{ip}^{(1)}$ の位置にあき、 i 柱を取除いて、今度は j 柱を x 方向に $u_{jA}^{(1)} = -u_{ip}^{(1)}$ だけ動かして j 柱を初期位置 j 点に戻す。この操作によって生ずる水中の各点の速度ポテンシャル $\phi_i^{(2)}$ は(i)によって求められるので、これより i 点の x 方向の変位 $u_{ip}^{(2)}$ を得ることができる。 $u_{ip}^{(1)}$ が j 柱の1回目の補正変位を表わす。(c) 以上の操作を何回も繰返せば、 i 柱の補正変位 $u_{ip}^{(n)}$ は $n \rightarrow \infty$ に対して $u_{ip}^{(n)} \rightarrow 0$ となる。従って、 j 柱を取除いて j 点を固定したまま i 柱を x 方向に $\dot{x} = D \cos \omega t$ で振動させたときの水中の各点の速度ポテンシャル ϕ_i は $\phi_i = \phi_i^{(1)} + \phi_i^{(2)} + \dots + \phi_i^{(n)}$ によって与えられる。

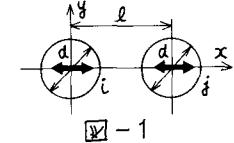


図-1

3. 単一柱の速度ポテンシャル 図-2に示すように、単一柱が水中で

$\dot{x} = D \cos \omega t$ で振動しているとき、点Qの速度ポテンシャルは

$$\phi = -Dw \frac{d^2}{dr^2} \cos \theta \sin \omega t \text{ で表わされる。}$$

4. 二本柱の附加質量係数 図-3に示すように、 j 点を固定して i 柱を x 方向に $\dot{x} = D \cos \omega t$ で振動させたとき、点Qの速度ポテンシャルは

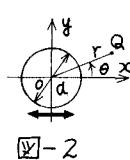


図-2

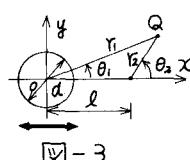


図-3

$$\phi_i = -D\omega \frac{\frac{1}{4}d^2}{1 + \frac{1}{16}(\frac{d}{L})^2} \left\{ \frac{\cos \theta_1}{r_1} - \frac{1}{4} \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\cos \theta_2}{r_2} \right\} \sin \omega t$$

従って i, j 両柱を同時に x 方向に $\xi = D \cos \omega t$ で振動させたときの速度ポテンシャルは $\phi = -D\omega \frac{\frac{1}{4}d^2}{1 + \frac{1}{4}(\frac{d}{L})^2} \left\{ \frac{\cos \theta_1}{r_1} + \frac{\cos \theta_2}{r_2} \right\} \sin \omega t$

上式の ϕ を用いれば、 i 柱にからく x 方向の全動水圧 P_i は

$$P_i = \int_{-\pi}^{\pi} \left[\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} r_i \cos \theta_1 \right] d\theta_1 = -D \rho \frac{\pi}{4} d^2 w^2 \frac{1 - \frac{1}{4}(\frac{d}{L})^2}{1 + \frac{1}{4}(\frac{d}{L})^2} \cos \omega t$$

となる。ここに、 ρ は水の密度である。動水圧 P_i は i 柱の振動加速度 $-Dw^2 \cos \omega t$ と同位相であるから、 i 柱に対する附着質量は $\frac{\pi}{4} \rho d^2 \left\{ 1 - \frac{1}{4}(\frac{d}{L})^2 \right\} / \left\{ 1 + \frac{1}{4}(\frac{d}{L})^2 \right\}$ となる。従って i 柱の附着質量係数を α_{ip} とすれば、 $\alpha_{ip} = \left\{ \left(\frac{d}{L} \right)^2 - \frac{1}{4} \right\} / \left\{ \left(\frac{d}{L} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\}$ である。

5. 附加質量に関する模型実験 著者等の理論の妥当性を検証するため

図-4 に示すような多柱基礎模型による実験を行った。柱としては直徑 2.14 cm 、長さ 20 cm の中実塩ビチューブを用いた。実験はそれぞれ $2, 6, 9$ 本の場合について、柱の間隔 l をいろいろ変えて、柱の両端を $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 0.3 \text{ cm}$ のアルミ板で固定し、図-5 に示すように模型全体を 2 本の針金 ($2 \text{ mm} \phi$) を通してフイルベネで木槽中につるし、これに上下方向自由振動を与えて、それぞれ水中および空気中における固有振動数と減衰定数を測定し、次の関係式から附加重量 W_a を求めた。

$$(W_0 + W_a) / W_0 = \{ T_w^2 (1 - h_w^2) / T_a^2 (1 - h_a^2) \} \dots \dots \dots \ast$$

ここに、 W_0 は空气中における振動重量、 T_a, T_w はそれぞれ空气中、水中における減衰自由振動周期、 h_a, h_w は減衰定数である。実験は周期 $0.43 \sim 0.72 \text{ sec}$ 、振幅 $0.2 \sim 3 \text{ mm}$ 、水温 $18 \sim 23^\circ \text{C}$ の範囲で行った。

6. 実験値の補正理論 前節の \ast 式によって求められる W_a には、水の粘性にもとづく附加重量、柱両端のアルミ板に対する附加重量等が含まれている。いま、水の粘性を考慮した場合の柱一本当たり振動方向の断面形状にもとづく附加重量を W_1 、水の粘性を考慮する場合のそれを W_2 、柱の両端のアルミ板一枚当たりの表面への水の粘性にもとづく附加重量を W_3 、アルミ板一枚当たりの振動方向の断面形状にもとづく附加重量を W_4 、柱の直徑及び各柱の配置にもとづく附加重量を W_B とすれば、 n 本柱の模型について $W_a = W_B + n(W_2 - W_1) + 2(W_3 + W_4)$ と表わせる。従って、粘性を考慮しない場合の多柱基礎模型の附着質量係数 α は $\alpha = W_B / W_1 = \{ W_B - n(W_2 - W_1) + 2(W_3 + W_4) \} / W_1$ によって求めることができる。上式によつて補正した実験値と著者等の理論値及び小坪の厳密解を図-6 に示した。実験値と理論値とはよく合つてゐるといえよう。なお、 $W_1 \sim W_4$ の計算理論については紙数の関係で割愛する。

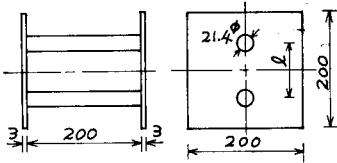


図-4 2次元模型

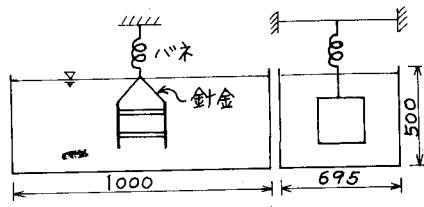


図-5 木槽

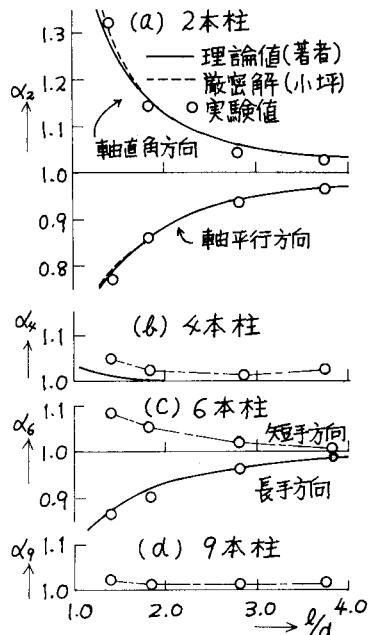


図-6 附着質量係数

- (1) 梶井彰雄：水中に立たれた柱状構造物の振動、土木技術、第16巻、6号、昭36.6.
- (2) 後藤尚雄・土崎寛三：水中構造物の振動と耐震設計に関する基礎的研究、土木学会論文集、No.100、昭38.12.
- (3) 小坪清真：だ円形水中橋脚にからく地震力とその弹性振動、土木学会論文集、No.120、昭40.8.
- (4) R.W.Cough : Effects of Earthquakes on Underwater Structure, 2nd. WCEE., 1960.
- (5) 小坪清真：鋼管橋脚の耐震設計について、昭和40年度土木学会西部支部研究発表会論文集、昭41.1