

1. はじめに 地震動のような不規則外力を受ける履歴構造物の応答分散値を予測するにあたって、著者らは等価線形化解法を採用し、その有用性を指摘して来た。<sup>1), 2)</sup> 本研究は、これらの研究をふまへ、単に応答分散値のみならず、応答振幅あるいは最大応答の確率分布が履歴特性によりいかなる影響を受けるか、線形系の応答諸量と比較しつつ、等価線形化解法に基づいた理論解析を進める一歩、シミュレーションによりその精度を検討したものである。

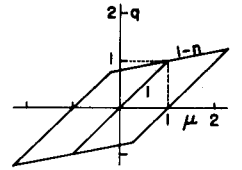


Fig. 1 Bilinear Hysteretic Restoring Force

2. 履歴復元力特性と等価線形化解法 構造物の変位 (ductility factor)  $\mu$  と復元力  $g$  の間には、Fig. 1 の Bilinear型履歴復元力特性 ( $n$ : 弾塑性傾斜率) を仮定する。不規則外力としては、ホワイトノイズが固有振動数  $\omega_f$ 、減衰定数  $h_f$  なる 1 自由度系フィルターを通った時の定常相対速度応答を用いる。等価線形化の手法により、履歴系を等価線形系に置換するが、その固有振動数  $\omega_{eq}$  および減衰係数  $\beta_{eq}$  は応答の標準偏差  $\sigma_{\mu}$  と非線形性  $n$  の関数となり、一対  $\sigma_{\mu}$  は等価線形系 ( $\omega_{eq}, \beta_{eq}$ ) の応答解析より得られる。結局これらの変量は次の関係を満たす。<sup>2)</sup>

$$\omega_{eq} = \text{func.}(\sigma_{\mu}, n), \beta_{eq} = \text{func.}(\sigma_{\mu}, n), \sigma_{\mu} = \text{func.}(\omega_{eq}, \beta_{eq}, \omega_f, h_f, k_s) \text{----- (1)}$$

ここに、 $k_s$  は外力の r.m.s. 強度を示す定数である。上式を逐次近似的に解けば、等価線形系 ( $\omega_{eq}, \beta_{eq}$ ) およびその定常応答の標準偏差  $\sigma_{\mu}$  が決定される。

3. 応答の標準偏差と等価線形パラメーター Fig. 2には、弾性域の減衰係数  $\beta_0$  が 0.2 で、固有振動数  $\omega_0$

が入力の卓越振動数  $\omega_f$  に等しい ( $\omega_f/\omega_0 = \eta = 1.0$ ) Bilinear 系の解析結果を示した。横軸には線形系 ( $\omega_0, \beta_0$ ) の応答の標準偏差  $\sigma_L$  を取っている。同図 (a) より履歴系の応答  $\sigma_{\mu}$  は  $\sigma_L$  が 1 以上の範囲で最小値を示し、その後漸増して、 $\sigma_L$  が 4~6 の付近で線形系より大きな値となっている。これは履歴減衰性能を示す  $\beta_{eq}$  が  $\sigma_L = 1 \sim 2$  付近で最大値を示し、その後漸減しているのによく対応している。 $\omega_{eq}$  は応答の増大にもなって単調減少を示し、降伏後の剛度の平方根  $\sqrt{1-n}$  に漸近する。Fig. 3 には  $\omega_f$  と比較して、短 ( $\eta = 0.5$ )・中 ( $\eta = 1.0$ )・長 ( $\eta = 2.0$ ) 周期履歴構造物の応答  $\sigma_{\mu}$  と  $\sigma_L$  で基準化して示した。短周期構造物の応答は、 $\sigma_L = 1$  付近で最小値を取り、 $\sigma_L > 2$  なる範囲では線形系より大きな値を取っている。これは履歴特性による固有周期の増大にもなって共振現象がより起こりやすくなった結果である。これとは反対に、長周期構造物では、長周期化にもなって共振現象がより離れるので、 $\sigma_L < 10$  の全範囲で線形系より小さい値を示している。これらの結果は、Fig. 4 に模式的に示した周波数伝達

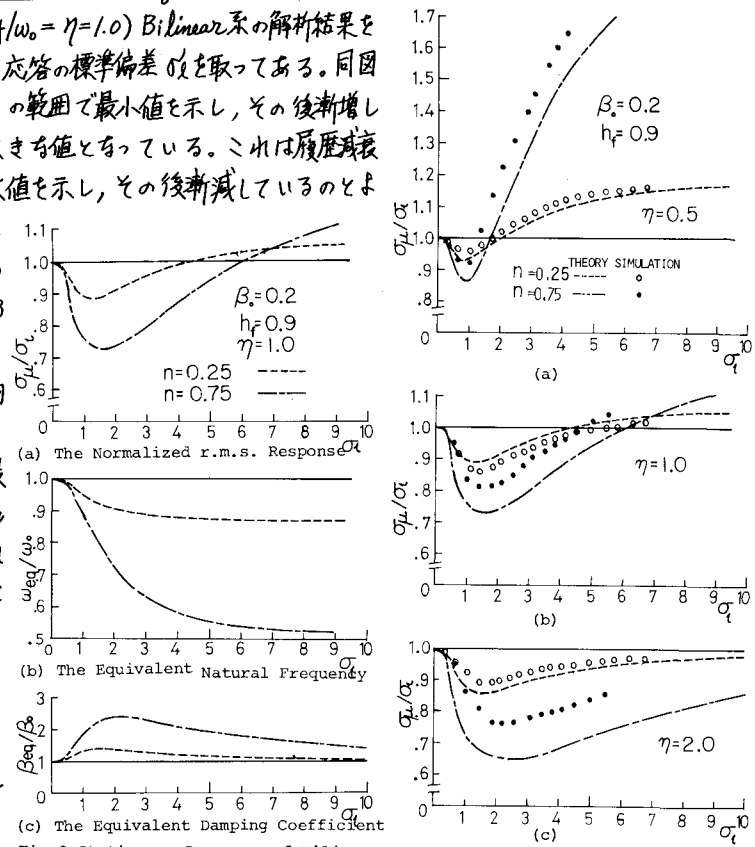


Fig. 2 Stationary Response of Bilinear Structures and Equivalent Linear Parameters

関数の履歴特性による遷移の過程より明らかである。Fig. 3にはシミュレーション結果を同時に示したが、非線形性の弱い  $n=0.25$  の場合は理論値とかなり良い一致を示している。 $n=0.75$  の場合は非線形性が大きく、シミュレーション値は塑性変形の発生などが影響して、理論値よりやや大きな値となっているが、全般的な傾向はよく一致している。

#### 4. 応答振幅の確率分布

構造物の信頼性解析などを実施しようとするとき、その応答分散値のみならず、振幅の確率分布  $P(\mu)$  の形状が重要となる。Fig. 5にはシミュレーションより得た線形系 ( $\omega_0, \beta_0$ )、履歴系 ( $n=0.5$ )、等価線形系 ( $\omega_{eq}, \beta_{eq}$ ) のおのこの  $P(\mu)$  を直線で結んで示した。同図(a)の短周期構造物では、線形系より大きな振幅領域にまで確率分布が及んでいる。一方同図(b)の中周期構造物ではこれと反対の結果となっている。これらの結果は  $\omega/\omega_0$  の  $\eta$  による変動傾向とよく一致している。履歴系と等価線形系の  $P(\mu)$  はほぼ等しい。したがって非線形性がさほど強くない時 ( $n \leq 0.5$ ) には、確率分布も等価線形系でほぼ表現しうると考えられる。線形系の  $P(\mu)$  はガウス分布にほとんど等しいので、以後の解析には次式の同時確率密度関数  $P(\mu, \dot{\mu})$  を採用する。

$$P(\mu, \dot{\mu}) = (2\pi\sigma_\mu\sigma_{\dot{\mu}})^{-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu}{\sigma_\mu}\right)^2 - \frac{\dot{\mu}^2}{\sigma_{\dot{\mu}}^2}\right\} \quad (2)$$

#### 5. 最大応答の確率分布

最大応答に関する厳密な解析は困難であるが、first passage time の概念を導入し、さらに Poisson 過程の近似を行うと、最大応答  $\mu_{max}$  の確率分布  $\Phi(\mu_{max})$  は次式のように得られる。<sup>1)</sup>

$$\Phi(\mu_{max}) = \text{erf}\left\{\frac{\frac{\mu_{max}}{\sqrt{2}\sigma_\mu}}{\frac{\sigma_{\dot{\mu}}}{\sigma_\mu} \exp\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_{max}}{\sigma_\mu}\right)^2\right\}}\right\} \tau_0 \quad (3)$$

ここに、 $\text{erf}(x)$  は  $x$  の error 関数、 $\tau_0$  は定常応答の継続時間(本研究では線形固有周期の20倍とした)である。Fig. 6には計算例として、中周期構造物 ( $\eta=1.0$ ) の線形系 ( $n=0$ ) および履歴系 ( $n=0.5, 0.75$ ) の最大応答の確率分布を示した。履歴系の非線形性が大きいほど、 $\omega_{eq}$  の減少・ $\beta_{eq}$  の増大が著しく、線形系よりより小さな最大応答を示している。シミュレーションにあたっては、入力波群を複製し、その最大値の確率分布を示した。線形系では比較的良い一致を示し、最大応答推定法の妥当性を示している。非線形性のあまり強くない  $n=0.5$  の場合、シミュレーション値は理論値よりやや大きな値を示している。非線形性が大きくなると ( $n=0.75$ ) 塑性変形の発生などが影響してさらに大きな値を示し、 $n=0.50$  の理論値に近くなっている。しかし履歴特性が最大応答の確率分布に与える影響は、理論値とシミュレーション値とがともに比較的よく一致した傾向を示していると考えられる。他の計算例については、講演時にゆづる。なお最大応答の確率分布の解析にあたっては、京都大学工学部 亀田弘行助教の有益な御助言を頂いた。記して感謝の意を表する。

参考文献 1) 亀田弘行・家村浩和：履歴復元力特性を有する1自由度系の地震応答解析について、第3回日本地震工学シンポジウム講演集、Ⅲ-6、1970、11。 2) 後藤尚男・家村浩和：Linearization Techniques for Earthquake Response of Simple Hysteretic Structures, 土木学会論文報告集 第212号, 1973, 4。

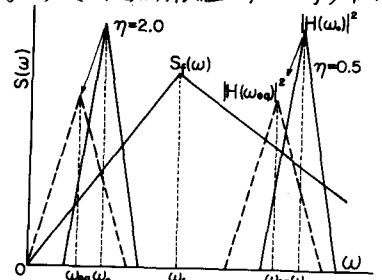


Fig. 4 Transition of the Receptance due to Nonlinearity and Hysteresis

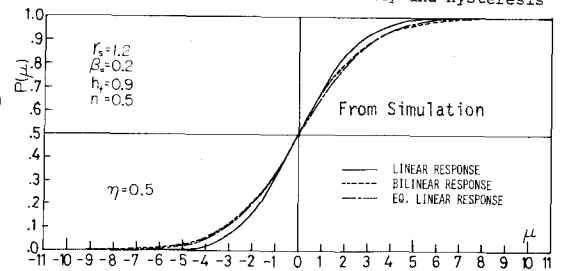


Fig. 5 (a) Simulated Probability Distribution of Bilinear Hysteretic Structures

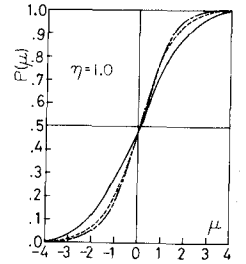


Fig. 5 (b)

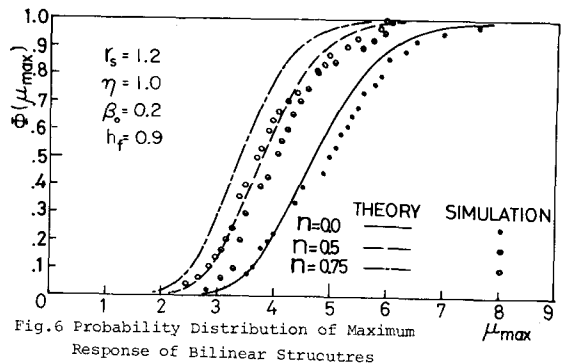


Fig. 6 Probability Distribution of Maximum Response of Bilinear Structures