I-145　ダイヤフラムを持つ曲線箱桁解析へのF.S.M.の応用


鹿島建設　正員　○藤津卓司
九州大学工学部　〃　吉村虎蔵
〃　学生員　大塚久哲


## 1. まえがき

近年都市において，すぐれたねじり剛性を持った曲線箱桁橋が高架道路構造に数多く採用されているが，設計にあたっては，従来の断面形状不変の仮定に基いた曲げねじり理論[1]により解析されているようである。

一方曲線箱桁の断面変形を考慮した解析法の研究も活発に行われており，その主なものにR. Dabrowski[2]，P.T.K. Lim[3]，能町[4]，Y.K. Cheung[5]，K.M.A. Alam[6]，坂井[7]等の研究がある。このうち，Y.K. Cheung[5]によって提唱されたF.S.M.（有限帯板法）を用いて、ここではまず断面変形が垂直応力（そり応力＋曲げ応力）に及ぼす影響を調べ，かつ曲げねじり理論による値および実験結果との比較を行い，ダイヤフラムを持たない場合の断面変形考慮の必要性を確めた。次にこのF.S.M.と結合法とを組み合わせて、ダイヤフラムを持つ曲線箱桁橋の解析を試み，その結果を実験値と比較して解法の妥当性を検証した。この解法によれば，ダイヤフラムの個数と断面形状保持との関連性などを把握できるとともに、ダイヤフラム付連続曲線箱桁橋の解析も可能となる。

## 2. ダイヤフラムのない曲線箱桁橋のF.S.M.による解法[5]

### (i) ウェブの変位関数

曲線箱桁橋は一般に図1に示すような円錐体の一部分である曲面板からなっている。いま箱桁両端において，$u=w=0$，橋軸方向変位$v$の拘束なしとすれば変位関数は次式のように書ける。式中$m$は調和項数を示す。

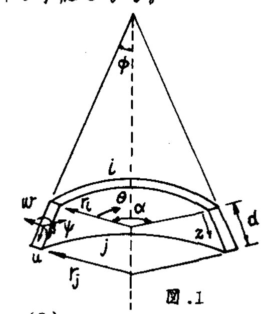

図.1

$$u_m=\left\{\left(1-\frac{z}{d}\right)u_{im}+\left(\frac{z}{d}\right)u_{jm}\right\}\sin\frac{m\pi\theta}{\alpha}\quad ---(1)$$

$$v_m=\left\{\left(1-\frac{z}{d}\right)v_{im}+\left(\frac{z}{d}\right)v_{jm}\right\}\cos\frac{m\pi\theta}{\alpha}\quad ---(2)$$

$$w_m=\left\{\left(1-\frac{3z^2}{d^2}+\frac{2z^3}{d^3}\right)w_{im}+\left(z-\frac{2z^2}{d}+\frac{z^3}{d^2}\right)\psi_{im}+\left(\frac{3z^2}{d^2}-\frac{2z^3}{d^3}\right)w_{jm}+\left(\frac{z^3}{d^2}-\frac{z^2}{d}\right)\psi_{jm}\right\}\sin\frac{m\pi\theta}{\alpha}\quad ---(3)$$

### (ii) 上下フランジの変位関数

上下フランジの変位関数は、図1の中の特別な場合として誘導できるが，基本となる扇形平板要素に対して図2のごとく座標系を定義すれば次のように書ける。

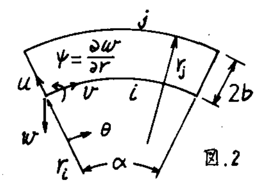

図.2

$$u_m=\left\{\left(1-\frac{R}{2}\right)u_{im}+\frac{R}{2}u_{jm}\right\}\sin\frac{m\pi\theta}{\alpha}\quad ---(4)$$

$$v_m=\left\{\left(1-\frac{R}{2}\right)v_{im}+\frac{R}{2}v_{jm}\right\}\cos\frac{m\pi\theta}{\alpha}\quad ---(5)$$

$$w_m=\left\{\left(1-\frac{3}{4}R^2+\frac{1}{4}R^3\right)w_{im}+b\left(R-R^2+\frac{1}{4}R^3\right)\psi_{im}+\left(\frac{3}{4}R^2-\frac{1}{4}R^3\right)w_{jm}+b\left(\frac{1}{4}R^3-\frac{1}{2}R^2\right)\psi_{jm}\right\}\sin\frac{m\pi\theta}{\alpha}\quad ---(6)$$

ここに$R=(r-r_i)/b$，$b=(r_j-r_i)/2$である。

以上(i)(ii)の変位関数を変位－ひずみの関係式に代入し，エネルギー原理を適用すれば，所要の剛性マトリックスを得る。

## 3. 複数個のダイヤフラムを持つ曲線箱桁橋の解法

説明の簡略化のため，2枚のダイヤフラムを持つ場合を例にとる。ここではダイヤフラムと箱桁は直交する2つの面内力P，Qによってのみ結合されるものと仮定する。

(a)　外力系（$X_0$系）　（図3）

ダイヤフラムを取り除いた曲線箱桁に，与えられた外荷重が作用する場合を，F.S.M.で解き，ダイヤフラムとの結合点での各nodal lineの変位ベクトル$\{\delta_0\}$を求める。

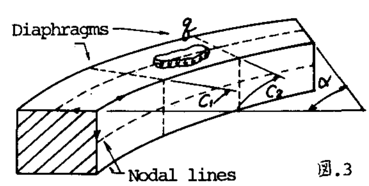

図.3

$$\{\delta_0\} = \{ u_{11}^0\ w_{11}^0\ u_{12}^0\ w_{12}^0 \cdots u_{1m}^0 w_{1m}^0\ u_{21}^0 w_{21}^0 \cdots u_{2m}^0 w_{2m}^0 \}^T \quad \text{---} \; (7)$$

ここに右肩の添字は系を示し，右下の才1添字はダイヤフラムの番号，才2添字はダイヤフラムとの結合点の番号をそれぞれ示す。

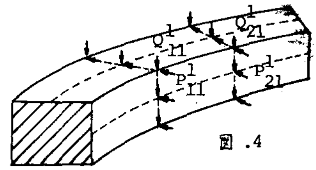

図.4

(b) $X_1$ 系 （図4）

ダイヤフラムおよび外荷重を取り除いた曲線箱桁に，不静定余力：

$$\{X_1\} = \{ P_{11}' Q_{11}' P_{12}' Q_{12}' \cdots P_{1m}' Q_{1m}' P_{21}' Q_{21}' \cdots P_{2m}' Q_{2m}' \}^T \quad \text{---} \; (8)$$

をかけ，次式における換算 Flexibility Matrix $[F_1]$ を求める。

$$\sum_{m=1}^{k} \{\delta_{1m}\} = \sum_{m=1}^{k} [F_{1m}]\{X_{1m}\} = \sum_{m=1}^{k} \frac{2}{\alpha} \begin{bmatrix} [F_{1m}] & 0 \\ 0 & [F_{1m}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [SC_1^2] & [SC_1 \cdot SC_2] \\ [SC_1 \cdot SC_2] & [SC_2^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{11}' \\ Q_{11}' \\ \vdots \\ P_{2m}' \\ Q_{2m}' \end{Bmatrix} = [F_1] \begin{Bmatrix} P_{11}' \\ Q_{11}' \\ \vdots \\ P_{2m}' \\ Q_{2m}' \end{Bmatrix} \quad \text{---} \; (9)$$

ここに，$[SC_1^2]$ は $\sin^2 \frac{m\pi C_1}{\alpha}$ を要素とする対角行列を示す。同様に $SC_1 \cdot SC_2 = \sin\frac{m\pi C_1}{\alpha} \sin\frac{m\pi C_2}{\alpha}$，$SC_2^2 = \sin^2\frac{m\pi C_2}{\alpha}$。

(c) $X_2$ 系 （図5）

ダイヤフラムを三角形要素に分割し，平面応力問題に対する剛性マトリックス $[K_2]$ を求める。 $\{X_2\} = [K_2]\{\delta_2\}$ ---- (10)

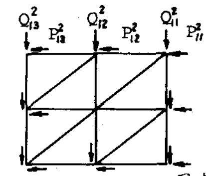

図.5

(d) 不静定余力 $\{X_1\}$ を求める。

変位の適合条件より， $\{\delta_0\} + \{\delta_1\} = \{\delta_2\}$ ---- (11)

箱桁とダイヤフラムの間の力のつり合条件より $\{X_1\} + \{X_2\} = 0$ --- (12)

式 (11)，(12) を (10) に代入して， $\{X_1\} = -(\mathrm{I} + [K_2][F_1])^{-1}[K_2]\{\delta_0\}$ --- (13)

なる不静定余力を求め，与えられた外荷重とこの力 $\{X_1\}$ を同時に曲線箱桁にかけて，解析すればよい。

## 4. 模型実験結果と理論値との比較

図6に示す断面寸法を持つ中央円弧長 120 cm，中心角 60° の一室曲線箱桁をアクリル樹脂により製作し，中間ダイヤフラムを持たない場合（Case A）とスパン中央に1枚（厚さ 0.3 cm）持つ場合（Case B）について静的載荷実験を行った。

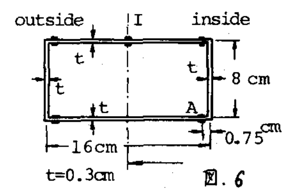

図.6

いまスパン中央断面の点Iに集中荷重 10 Kg が作用するとき，ひずみ測定点Aを通る同心円上の接線方向応力度 $\sigma_v$ を求めれば，図7(a)のようになる。同様にスパン1/4断面の点Iに載荷したときの応力度は，図7(b)のようになる。実験値とF.S.M.による結果とは大体一致しており，本解析法の妥当性が確められたといえよう。曲げねじり理論は，おおよそダイヤフラムのある場合の実験値に近い値となっているが，断面変形やダイヤフラムの影響を考慮できないため，載荷断面とダイヤフラムの取り付け位置で，実験値との差が大きいようである。

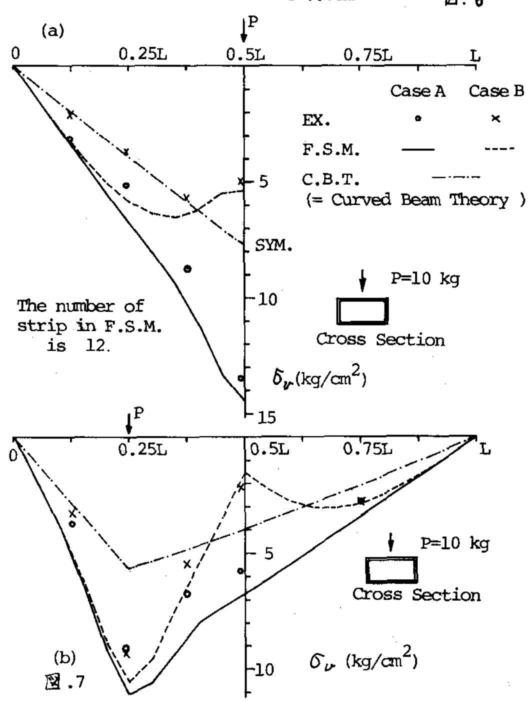

図.7


参考文献 (1) 小西・小松：単純支持曲線桁橋の立体的解析，土木学会論文集才90号 S.38.2 (2) Dabrowski : Näherungsberechnung der gekrümkTen kastenträger mit verformbaren Querschnitt, Prem. Pub. 7th Cong. IABSE, 1964. (3) Lim 他：Finite Element Analysis of Curved Box Girder Bridges, Development in Bridge Design and Construction, 1971, (4) 能町・吉田：断面変形を考慮した曲線箱桁の応力解析，土木学会論文報告集，才187号，1971.3 (5) Cheung 他：Analysis of Curved Box Girder Bridges by Finite Strip Method, Publications IABSE, 31-I, 1971. (6) Alam 他：Curved Box Girder Bridges with Intermediate Diaphragms and Supports, Publications IABSE, 33-II. 1973. (7) 坂井・中村 薄肉曲線ばりの板殻構造としての一解析法．土木学会論文報告集．才235号．1975．3.