

埼玉大学 正員 奥村敏恵
 埼玉大学 正員 〇浜島良吉

1. まえがき

薄肉円筒シエルが局所荷重を受ける場合には局部曲げによる大きな応力集中を生じ、このためダイアフラムにより円筒を補強する必要がある。この場合連続円筒シエルの解析をすることになるが、円筒シエルの解から、はり理論に対応する解を分離することにより、ダイアフラム近傍の局所応力状態にのみ着目して解析し得ることをすでに明らかにした¹⁾。ここでは円筒がダイアフラムで補強された場合について、ダイアフラムが曲げを受ける場合をも考慮して、ダイアフラムと円筒との接合条件について示すことにする。

2. 複素境界量

図-1に示されるようにダイアフラム接合線を境に左側の円筒を(k)、右側の円筒を(k+1)とし、ダイアフラム接合線上に円筒軸方向荷重 $P_1^{(k)}$ 、周方向荷重 $P_2^{(k)}$ 、法線方向荷重 $P_3^{(k)}$ 、軸方向曲げモーメント荷重 $m_1^{(k)}$ が作用する場合を考える。

図-2はダイアフラム接合部における円筒シエルおよびダイアフラムの境界力を示している(ただし円筒シエルの境界力から、はり理論に対応するものを除かれている)。

ここで円筒およびダイアフラムの境界量は次の複素境界量で表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{M}_1 &= M_{11} + i E R c \varepsilon_2 = i c \{ \tilde{\tau}_2 + \nu \delta m \tilde{\tau}_1 \} \\ \tilde{Q}_{11} &= Q_{11} - i E R c K_2 = \tilde{\tau}_1 \\ \tilde{Q}_{12} &= Q_{12} + i E R c K_{21} = \tilde{S} \\ \tilde{Q}_{13} &= Q_{13} - i E R c K_{23} = \frac{i c}{\gamma p} \left\{ \frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial \xi} - (1 - \nu \delta m) \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \theta} \right\} \end{aligned} \right\} (1)$$

ここで ε_2 , K_2 , K_{21} , K_{23} は幾何学的境界量であり、それぞれ、周方向ひずみ、法曲率変化、ねじり率の変化、および測地的曲率の変化を表わしている。又 $\tilde{\tau}_1$, $\tilde{\tau}_2$, \tilde{S} は複素力であり、これにより全ての円筒諸量およびダイアフラム諸量が定められる。又 δm は \tilde{M}_1 , \tilde{Q}_{13} の実数部に対しては+1, 虚数部については-1とする。

3. 円筒シエルの複素境界量

円筒シエルの解を周方向にのみフーリエ級数に展開した場合、同次解に対応する複素境界量は円筒(k)に対して次式で与えられる。

$n=0, 1$ に対して

$$\begin{cases} \tilde{M}_{1,n}(\xi) \\ \tilde{Q}_{13,n}(\xi) \end{cases} = \begin{pmatrix} a_{1,n} & a_{1,n} \\ a_{2,n} & -a_{2,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{\alpha_0 \xi} & 0 \\ 0 & e^{\alpha_0 (\xi_k - \xi)} \end{pmatrix} \begin{cases} \tilde{A}_n \\ \tilde{B}_n \end{cases} \quad (2a)$$

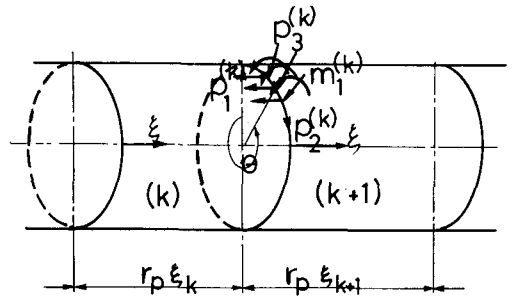


図-1 ダイアフラム接合部に作用する外荷重

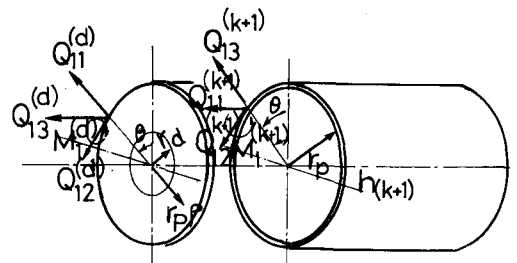


図-2 ダイアフラムおよび円筒シエルの幾何学的境界量

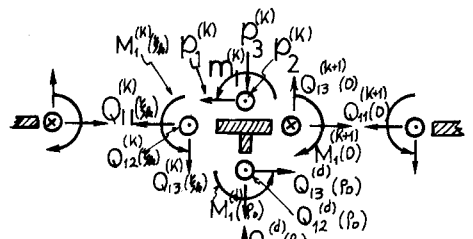


図-3 接合部に作用する外荷重および境界力

$n \geq 2$ に対して

$$\begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(\xi) \\ \tilde{Q}_{11,n}(\xi) \\ \tilde{Q}_{12,n}(\xi) \\ \tilde{Q}_{13,n}(\xi) \end{pmatrix}_{(k)} = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ \beta & -\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E(\xi) & 0 \\ 0 & E(\xi_k - \xi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{A}_n \\ \tilde{B}_n \\ \tilde{C}_n \\ \tilde{D}_n \end{pmatrix}_{(k)}, \quad E(\xi) = \begin{pmatrix} e^{\alpha \xi} & 0 \\ 0 & e^{\alpha \xi} \end{pmatrix}, \quad E(\xi_k - \xi) = \begin{pmatrix} e^{\alpha(\xi_k - \xi)} & 0 \\ 0 & e^{\alpha(\xi_k - \xi)} \end{pmatrix} \quad (2b)$$

4. ダイアフラムの複素境界量

ダイアフラムの解は複素基礎方程式

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \tilde{\psi} = 0 \quad (3)$$

から得られる。ただし $\tilde{\psi}$ は複素応力関数であり、複素力 $\tilde{T}_1^{(d)}, \tilde{T}_2^{(d)}, \tilde{S}^{(d)}$ は $\tilde{\psi}$ を用いて次のように表わされ得る。

$$\tilde{T}_1^{(d)} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \rho}, \quad \tilde{T}_2^{(d)} = \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \rho^2}, \quad \tilde{S}^{(d)} = -\frac{\partial}{\partial \rho} \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \theta} \right\} \quad (4)$$

ここで $\tilde{\psi}$ を周方向にフーリエ級数に展開し

$$\tilde{\psi} = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{\lambda_n} \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta} \quad (5)$$

の形に仮定すれば、式(3)より次の同次解が得られる。

$$\begin{aligned} \tilde{\psi} = & \tilde{A}_0^{(d)} \rho^2 + \tilde{B}_0^{(d)} \ln \rho + \tilde{C}_0^{(d)} \rho^2 \ln \rho + \tilde{D}_0^{(d)} + \left\{ \tilde{a}_0^{(d)} \rho^2 + \tilde{b}_0^{(d)} \ln \rho + \tilde{c}_0^{(d)} \rho^2 \ln \rho + \tilde{d}_0^{(d)} \right\} \theta \\ & + \left\{ \tilde{A}_1^{(d)} \rho + \tilde{B}_1^{(d)} \rho^3 + \tilde{C}_1^{(d)} \rho + \tilde{D}_1^{(d)} \rho \ln \rho \right\} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \left\{ \tilde{a}_1^{(d)} \rho + \tilde{b}_1^{(d)} \rho \ln \rho \right\} \frac{\theta \sin \theta}{\cos \theta} \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \tilde{A}_n^{(d)} \rho^n + \tilde{B}_n^{(d)} \rho^{n+2} + \tilde{C}_n^{(d)} \rho^{-n} + \tilde{D}_n^{(d)} \rho^{-n+2} \right\} \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $\tilde{A}_0^{(d)} \sim \tilde{D}_n^{(d)}$ は複素積分定数であり、式(6)の下線項は応力、変位量の一価性、および境界力の自己つり合い条件より零となる。式(4)、(5)を式(1)に代入すればダイアフラムに対する複素境界量の得られ次のようになる。

$n=0, 1$ に対して

$$\begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(\rho) \\ \tilde{Q}_{11,n}(\rho) \end{pmatrix}_{(d)} = \begin{pmatrix} d_{11,n} & d_{12,n} \\ d_{41,n} & d_{42,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{A}_n \\ \tilde{B}_n \end{pmatrix}_{(d)}$$

$n \geq 2$ に対して

$$\begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(\rho) \\ \tilde{Q}_{13,n}(\rho) \\ \tilde{Q}_{12,n}(\rho) \\ \tilde{Q}_{11,n}(\rho) \end{pmatrix}_{(d)} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{A}_n \\ \tilde{B}_n \\ \tilde{C}_n \\ \tilde{D}_n \end{pmatrix}_{(d)} \quad (7a, b)$$

5. 円筒シェルとダイアフラムとの接合条件

(a) ダイアフラムの内側境界 ($\rho = \rho_i$) および外側境界 ($\rho = \rho_o$) における力のつり合い条件

$\rho = \rho_i$ において

$$\text{Re} \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(\rho_i) \\ -\tilde{Q}_{13,n}(\rho_i) \\ \tilde{Q}_{12,n}(\rho_i) \\ \tilde{Q}_{11,n}(\rho_i) \end{pmatrix}_{(d)} \right\} = \mathbf{0}$$

$\rho = \rho_o$ において

$$\text{Re} \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(0) \\ \tilde{Q}_{11,n}(0) \\ \tilde{Q}_{12,n}(0) \\ \tilde{Q}_{13,n}(0) \end{pmatrix}_{(k+1)} - \begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(\xi_k) \\ \tilde{Q}_{11,n}(\xi_k) \\ \tilde{Q}_{12,n}(\xi_k) \\ \tilde{Q}_{13,n}(\xi_k) \end{pmatrix}_{(k)} - \begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(\rho_o) \\ -\tilde{Q}_{13,n}(\rho_o) \\ \tilde{Q}_{12,n}(\rho_o) \\ \tilde{Q}_{11,n}(\rho_o) \end{pmatrix}_{(d)} \right\} = \begin{pmatrix} P_{1,n} \\ P_{2,n} \\ P_{3,n} \end{pmatrix} \quad (8a)$$

(b) 円筒シェルとダイアフラムとの変形の連続条件

$$\frac{1}{h_{(k+1)}(k+1)} \text{Im} \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(0) \\ \tilde{Q}_{11,n}(0) \\ \tilde{Q}_{12,n}(0) \\ \tilde{Q}_{13,n}(0) \end{pmatrix}_{(k+1)} \right\} = \frac{1}{h_{(k)}(k)} \text{Im} \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(\xi_k) \\ \tilde{Q}_{11,n}(\xi_k) \\ \tilde{Q}_{12,n}(\xi_k) \\ \tilde{Q}_{13,n}(\xi_k) \end{pmatrix}_{(k)} \right\} = \frac{1}{h_{(d)}(d)} \text{Im} \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{M}_{1,n}(\rho_o) \\ -\tilde{Q}_{13,n}(\rho_o) \\ \tilde{Q}_{12,n}(\rho_o) \\ \tilde{Q}_{11,n}(\rho_o) \end{pmatrix}_{(d)} \right\} \quad (8b)$$

ただし h : 円筒シェルおよびダイアフラムの板厚, $C = \frac{h}{\sqrt{12(1-\nu^2)}}$
 $\text{Re}(\dots), \text{Im}(\dots)$ は (\dots) の実数部, 虚数部

参考文献 1) 奥村, 浜島: 任意荷重の作用する場合の連続円筒シェルの解析, 第29回土木学会年次講演概要集 1974.10
 2) Novozhilov, V.V.: Thin shell theory. P. Noordhoff Ltd., 1964
 3) Chernykh, K.F.: Linear theory of shells. 1. 2. Leningrad Univ. Press.