

(株) 神戸製鋼 正員 守 国夫  
 (株) 神戸製鋼 正員 〇 中沖耕造

1. まえがき

長さ方向に一様断面を有する立体平板構造、たとえばサンドイッチ版等の解析において、有限要素法で厳密解を求めても計算容量ならびに計算時間が膨大となるため、設計に対して実用的でないと考えられる。そこで本文ではこのような一様断面の立体平板構造の計算手法として、有限要素法の特別な型式で次元を減少させる利点がある有限帯板法を適用し、実験値と比較検討した。

2. 計算式

帯板要素の座標系および変位を図-1に示す。ここで全体座標系を $x, y, z$ , 局所座標系を $x', y', z'$ , 全体座標系と局所座標系とのなす角度を $\phi$ , 帯板要素のスパン長, 幅, 厚さをそれぞれ $l, b, t$ とし,  $x, y$ 方向の面内変位をそれぞれ $u, v$ , 面外変位, 面外回転角をそれぞれ $w, \theta$ とする。また, スパン直角方向の支持条件を二辺単純支持とする。変位関数 $u, v, w$ をそれぞれ次式のようにあらわせる。

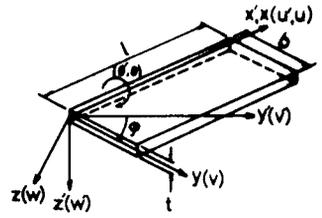


図-1 帯板要素の座標系および変位

$$u = \sum_{m=1, \dots, r} [(1 - \eta/b) U_{im} + (\eta/b) U_{jm}] \cos k_m x, \quad v = \sum_{m=1, \dots, r} [(1 - \eta/b) V_{im} + (\eta/b) V_{jm}] \sin k_m x \quad (1)$$

$$w = \sum_{m=1, \dots, r} [(1 - 3\eta^2/b^2 + 2\eta^3/b^3) W_{im} + (\eta - 2\eta^2/b + \eta^3/b^2) \theta_{im} + (3\eta^2/b^2 - 2\eta^3/b^3) W_{jm} + (\eta^3/b^2 - \eta^3/b^3) \theta_{jm}] \sin k_m x$$

ここで,  $k_m = \pi m / l$ , また  $U_{im}, V_{im}, W_{im}, \theta_{im}$  はそれぞれ $i$ 節線における項数 $m$ の変位係数である。

(1)式の面内変位をマトリックスで示すと,

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{m=1, \dots, r} A_{pm} \delta_{pm}, \quad A_{pm} = \begin{bmatrix} (1 - \eta/b) \cos k_m x & 0 & \eta/b \cos k_m x & 0 \\ 0 & (1 - \eta/b) \sin k_m x & 0 & \eta/b \sin k_m x \end{bmatrix}, \quad \delta_{pm} = \{U_{im} \ V_{im} \ U_{jm} \ V_{jm}\}^T \quad (2)$$

ひずみと変位との関係は  $\epsilon = \{\epsilon_x \ \epsilon_y \ \gamma_{xy}\}^T = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right\}^T = \sum_{m=1, \dots, r} B_{pm} \delta_{pm} \quad (3)$

応力をマトリックスで示すと  $\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{m=1, \dots, r} C_{pm} B_{pm} \delta_{pm} \quad (4)$

帯板要素の面内変位に関する総ポテンシャルエネルギー $U_p$ は帯板要素の歪エネルギーと帯板要素に作用する外力ポテンシャルエネルギーの和である。したがって,  $U_p$ は次式のようにあらわせる。

$$U_p = \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^b \epsilon^T \sigma dx dy - \int_0^l \int_0^b \{u \ v\}^T \{X \ Y\}^T dx dy - \int_0^l \{u_i \ v_i \ u_j \ v_j\} \{X_i \ Y_i \ X_j \ Y_j\}^T dx \quad (5)$$

ここで $X, Y$ は分布荷重,  $X_i, Y_i$ は節線荷重である。(5)式に(2), (3), (4)式を代入し, 最小ひずみエネルギーの原理を用いると, 変位と力の関係を導ける。また面外変位に同じくこれを用いる。

3. 実験方法

実験は材質および断面形状のまったく異なる二つの供試体A, Bを用いて行なった。図-2, 3はそれぞれ供試体A, Bおよび載荷条件を示す。供試体Aは上面板, 下面板および心材の3種類のSS41の鋼板からなる溶接構造で, V形心材が断絶的に

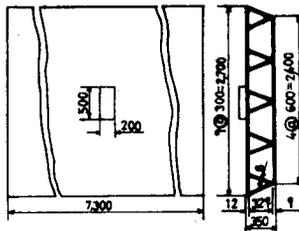


図-2 供試体Aおよび載荷条件

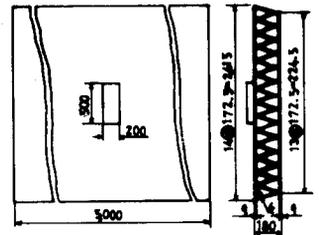


図-3 供試体Bおよび載荷条件

配置されている。一方、供試体Bは材質がアルミ合金で押出し成形されているため、V形心材が連続に配置されている。また、心材の配列は東西進行方向に平行であり、載荷条件は上面板中央に軸荷重に相当する分布荷重を載荷した。支持条件はスパン直角方向の二辺を単純支持、他の二辺を自由とした。

#### 4. 実験値との比較および考察

計算において調和級数項は10項とし、部材表面の応力は面内応力と曲げによる生じる応力とを重ね合わせたものである。図中の●印は実験値、—は計算値であり、たわみおよび応力は荷重を1tonに換算した場合の値である。図-4は供試体Aのたわみおよび応力分布を示したものである。図-4(a)のたわみ分布図に示すように計算結果は実験値にかなり近く、載荷板中央における計算値のたわみは実験値のそれより約10%程度大きい。図-4(b)のX方向の応力分布図において計算値の応力は実験値のそれより約25%程度大きい。計算結果は供試体AのX方向の応力性状をよくあらわしていると思われる。また、供試体Aで最も特徴のある図-4(c)のY方向の応力分布においても計算値の応力は実験値のそれとよく一致している。図-5は供試体Bのたわみおよび応力分布を示したものである。図-5(a)の上面板のたわみ分布図に示すように計算値のたわみは実験値のそれより約25%程度大きく、その差は供試体Aにおける計算値のたわみと実験値のそれとの差よりも大きい。これは供試体Bを構成しているサンドイッチ梁が面板と心材とのコーナーにR部を有する形状で、実際の剛性が入力データのそれより大きいと考えられる。図-5(b)、(c)とも計算値の応力は供試体Bの上面板X、Y方向の応力性状をよくあらわしていると考えられる。また本計算の結果、供試体Aの板表面の応力は曲げ応力におうところが大々だが、供試体Bのそれは面内応力におうところが大々ということが認められた。たとえば、供試体Aの載荷板中央点において曲げによる板表面のX方向の応力は面内応力の値の約50%であり、その点のY方向の面内応力は曲げによる板表面に生じる応力の値の約5%程度である。しかし、供試体Bの載荷板中央点において曲げによって生じる板表面のX、Y方向の応力はともに面内応力の値の約10%程度である。

図-4(a) 上面板Y方向のたわみ分布図  
 図-4(b) 上面板X方向の応力分布図  
 図-4(c) 上面板Y方向の応力分布図  
 図-5(a) 上面板Y方向のたわみ分布図  
 図-5(b) 上面板X方向の応力分布図  
 図-5(c) 上面板Y方向の応力分布図

#### 5. あとがき

心材を断絶的に配置した供試体Aでは、たとえば上面板において面内応力に比べて曲げ応力がかなり大きくなるのに対し、心材を連続して配置した供試体Bでは上面板において面内応力が大きく作用する挙動を示し、心材の配置のちがいはよる差が明瞭にあらわれた。今回は材質および形状寸法が異なる供試体を用いたとはいえ、有限層板法は複雑な断面形状である板構造に対しても十分適応できる手法であると考えられる。

- 1) 吉田宏一郎, 岡 徳昭: 帯板要素による平板構造の曲げ解析, 日本造船学会論文集第132号(1972)
- 2) 吉田宏一郎, 岡 徳昭: 帯板要素による平板構造解析, 日本造船学会論文集第134号(1973)