

まえがき

先に両縁に半楕円切欠きを有する弾性板と、写像関数を用いて平面弾性問題¹⁾および薄板の面外曲げの問題²⁾として解析し、特に切欠き付近の応力分布、切欠き底の応力集中に関して考察した。本報告は、両面の縦方向に半楕円切欠きを有する弾性板が、縦方向せん断力およびねじりを受けたときの解析を行ない、切欠き付近の応力分布のほか切欠き底の応力集中について考察したものである。縦せん断の応力状態とねじりの応力状態を重ね合わせることによって、板厚方向に対して自形分布をなすより一般的な応力状態を求めることが出来る。またねじりによって生ずる応力集中係数も縦せん断の場合と同じ形式の式によって表示されることゝなる。

解法および解析結果

縦せん断およびねじりの解析は、写像関数を用いて比較的任意の形状の解析を行なうことができ、写像関数が特に有理関数の場合には、残数論における留数定理を用いることによって容易に解を得ることが出来る。

図-1は切欠き幅0.1、深さ0.2(寸法の基準として板厚を1.0としている)の形状の弾性板に縦せん断力が作用した場合の対称軸上および境界線方向のせん断応力の分布を、図-2は半径0.1の半円切欠きの場合の対称軸上、境界線およびいくつかの断面におけるせん断応力の分布を示したものである。切欠きから離れた断面のせん断応力は一様であるが切欠きに近づくにつれ、凸部では減少し切欠き底では応力集中の生じているのがわかる。図-3, 4は外力としてねじりが作用した場合のせん断応力の分布を示す。今の場合弾性板の板厚を1.0としているから切欠きより十分離れた断面のせん断応力は、境界線で1.0、対称軸上で0.0なる三角形分布である。

切欠きから十分離れた直線部分の境界線のせん断応力が同じであるとき(今の計算例では1.0)、縦せん断の場合の応力集中の方が、ねじりの場合のそれより大きいのがわかる。

応力集中係数

表-1には切欠き深さ $b=0.1, 0.2$ と一定にして切欠き幅 a を変えた場合の縦せん断およびねじりの場合の応力集中係数の値を示す。(応力集中係数の基準応力は、切欠きより十分離れた境界線の応力を採っている)

縦せん断力の作用した場合の応力集中係数(S.C.F.)は、応力集中ヶ所の曲率半径 ρ および隅角部角度から一意的に求められる指数 m_j をもとて一般的に

$$S.C.F. = \sum_{j=1}^{\infty} k_j \rho^{m_j} \quad (1)$$

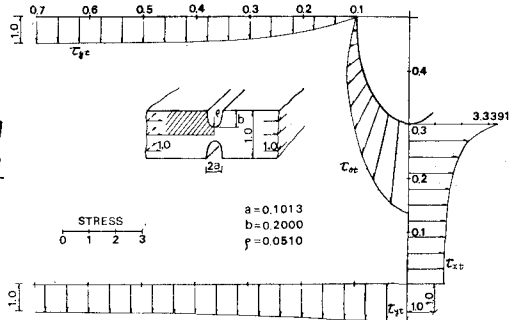


図-1 縦せん断力の作用した場合

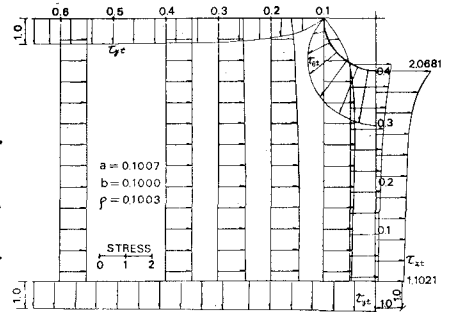


図-2 縦せん断力の作用した場合

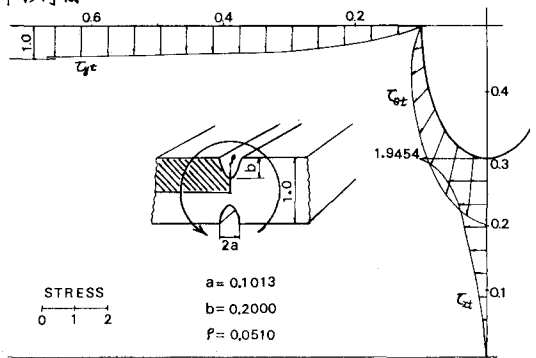


図-3 ねじりの場合

と表わせる³⁾。今の場合隅部角度 360° (領域側), また対称軸(今の場合 y 軸)に於いて逆対称な応力分布であるから m_j は, $\cos(m+1)\pi=0$ の根である。今の場合 $2\pi=360^\circ$ である。

今式(1)の σ 3項および σ 4項まで採った ($m_j=0$ も含めて)

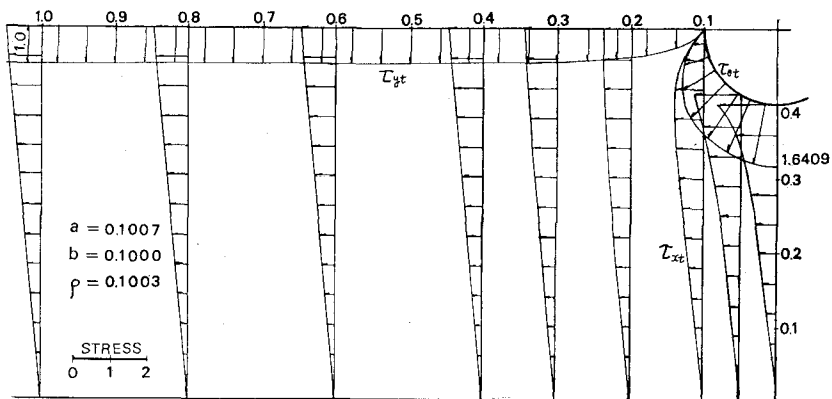


図-4 ねじりの場合

$$S.C.F. = k_1 \rho^{m_1} + k_2 \rho^{m_2} + k_3 \rho^{m_3} \quad (2)$$

$$S.C.F. = k_1 \rho^{m_1} + k_2 \rho^{m_2} + k_3 \rho^{m_3} + k_4 \rho^{m_4} \quad (3)$$

表-2
式(2), (3)の係数
* $b=0.1$, ** $b=0.2$

	m_1	m_2	m_3	m_4
	-0.5	0.0	0.5	1.0
	k_1	k_2	k_3	k_4
縦せん断	* Eq.(2)	1.01679	1.03523	0.01608
	Eq.(3)	1.01728	1.03301	0.01779
ねじり	* Eq.(2)	0.86551	0.78331	-0.00790
	Eq.(3)	0.86540	0.78381	-0.00829
縦せん断	** Eq.(2)	1.07188	1.15835	0.07525
	Eq.(3)	1.07307	1.15216	0.08190
ねじり	** Eq.(2)	0.71586	0.52778	-0.02983
	Eq.(3)	0.71429	0.53593	-0.03858

と考へてみる。 $b=0.1$ および 0.2 と切欠き深さを一定にして種々に切欠き幅を変えた場合の S.C.F. の値をもとにして式(2), (3)の係数を最小二乗法によつて決めると表-2の値を得る。

これらの値を用いて式(2), (3)の表わす S.C.F. 値およびその誤差を示すと表-1の値を得る。

同様にしてねじりの場合の応力集中係数も縦せん断の場合と同じ指数 m_j を用いて式(2) (3)の係数を決めると表-2の値を得、これらの式の値および誤差を表-1に示す。縦せん断およびねじりの場合も式(1)の始めの3, 4項だけを採った式(2), (3)によつて十分な精度で表示されることがわかる。

切欠き底の曲率半径 ρ の大きさにもよるが、式(1)の収束はかなり速い。

表-1 縦せん断(上段)とねじり(下段)の応力集中係数と式(2), 式(3)の値とその誤差

a	b	ρ/b	S.C.F. (1)	Eq.(2) (2)	Error [(1)-(2)]/(1)	Eq.(3) (3)	Error [(1)-(3)]/(1)
0.025	0.1000	0.0625	5.1066	5.1064	0.004%	5.1066	0.001%
			4.2433	4.2434	-0.001	4.2433	0.000
0.1	0.1000	1.0000	2.0681	2.0681	0.000	2.0679	0.008
			1.6409	1.6409	-0.001	1.6409	-0.003
0.2	0.1000	4.0000	1.5761	1.5758	0.020	1.5762	-0.005
			1.2002	1.2003	-0.005	1.2002	0.003
0.3	0.1000	9.0000	1.4220	1.4224	0.028	1.4220	0.003
			1.0482	1.0481	0.009	1.0482	-0.000
0.05	0.2000	0.0625	5.4649	5.4647	0.004	5.4649	0.000
			3.3835	3.3838	-0.008	3.3835	0.001
0.1	0.2000	0.250	3.3391	3.3397	-0.019	3.3391	0.000
			1.9454	1.9446	0.042	1.9454	-0.002
0.2	0.2000	1.000	2.3059	2.3055	0.018	2.3059	0.002
			1.2133	1.2138	-0.042	1.2133	-0.001
0.3	0.2000	2.250	1.9861	1.9858	0.014	1.9861	-0.001
			0.9599	0.9603	-0.038	0.9599	0.002

参考文献

- 1) 堀内, 長谷部: 両側半楕円切欠きを有する帯板の応力解析 中部支部48年度研究発表会
- 2) 長谷部: 両側半楕円切欠きを有する帯板の面外曲げ 才29回年次学術講演会講演概要集 才1部
- 3) 長谷部: 切欠きを有する半無限弾性体の縦せん断応力 土木学会論文報告集 才211号 1973-3