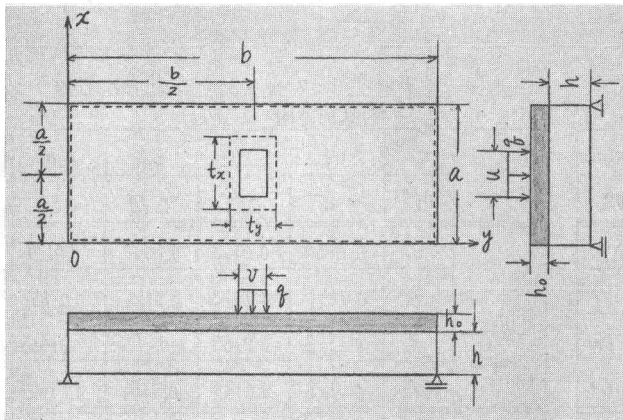


大阪市立大学 正員 倉田 泉章  
 大阪市立大学 正員 園田 恵一郎  
 大阪市立大学 正員 堀川 都志雄

1. はしがき; 現行道路橋示方書および鉄筋コンクリート示方書においては、輪荷重桌下の床版の曲げモーメントの算定は、薄板理論に基づいており、載荷幅はタイヤの接地幅に舗装厚および床版厚の1/2を加えたものに規定されている。このような載荷幅の取り方は、半無限弾性体に鉛直集中荷重が作用した時の Boussinesq の解に基づく鉛直応力の分布形状から決められたものと思われるが<sup>1)</sup>、実際の床版の支持条件とは大きく異なっている。

本研究では、舗装と床版を弾性係数の相異なる2層弾性板と見て、三次元弾性学に基づく厚板理論<sup>2)</sup>より、輪荷重桌下の応力の分布形状を求め、より正確な載荷幅の取り方を提案するものである。なおアスファルト舗装を弾性体と見なすことには、疑問が残るが、走行自動車荷重の下での応力の算定に対しては差しつかえないと思われる。

2. 理論式および数値計算例;



上層および下層板の中央面内にそれぞれ  $x, y$  軸, 下方に  $z$  軸をとる。  
 Galerkin-vector  $G_3$ , Boussinesq の肉数  $\psi$  を  $xy$  方向に Fourier 級数で,  $z$  方向に  $e^{-\gamma z}$  のべき乗で展開すれば、  

$$G_3 = \sum_m \sum_n \left[ C_1 \cdot \sin m x \gamma + C_2 \cdot \cos m x \gamma + \gamma_j \cdot (C_3 \cdot \sin m x \gamma + C_4 \cdot \cos m x \gamma) \right] \times \sin n y \cdot e^{-\gamma z}$$

$$\psi = \sum_m \sum_n \left[ C_5 \cdot \sin m x \gamma + C_6 \cdot \cos m x \gamma \right] \times \cos n y \cdot e^{-\gamma z}$$

$$\therefore \gamma = \sqrt{\alpha_m^2 + \beta_n^2}, \quad \alpha_m = m\pi/a, \quad \beta_n = n\pi/b, \quad \gamma^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2$$

$$\sin m x \gamma = \sinh m x \gamma, \quad \cos m x \gamma = \cosh m x \gamma$$

<諸元>

$b/a = 3.0, \quad u = 0.5^{(m)}, \quad v = 0.2^{(m)}$

上層	$E_0 = 10,000 \text{ kg/cm}^2, \nu_0 = 0.4, h_0 = 0.05 \text{ m}$
下層	$E = 300,000 \text{ kg/cm}^2, \nu = 0.16$

$$\sigma_z = 2 \cdot (1-\nu) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z} + (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2}) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

$$\tau_{xz} = (1-\nu) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x \partial z}$$

$C_1 \sim C_6$  は未定数で、板の上下面の境界条件より決定される。さらに、各変位、応力の式を列記すると、  

$$2G \cdot u = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad 2G \cdot v = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} - 2 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$2G \cdot w = 2(1-\nu) \Delta \psi - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

$$\sigma_x = (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x^2}) \frac{\partial \psi}{\partial z} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x \partial z}$$

$$\sigma_y = (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \frac{\partial \psi}{\partial z} - 2 \frac{\partial \psi}{\partial x \partial z}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y \partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x^2}$$

$$\tau_{yz} = (1-\nu) \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x \partial z} \quad (I)$$

$\Delta$ : Laplacian operator,  $\nu$ : Poisson's ratio,  $G$ : Shear modulus.

今、上層板と下層板の間には、すきがないものとすれば、連続条件を次のように与える。

○ 応力連続条件;

$$[\tau_{xz}^u]_{z=h_0/2} = [\tau_{xz}^l]_{z=-h_0/2}, \quad [\tau_{yz}^u]_{z=h_0/2} = [\tau_{yz}^l]_{z=-h_0/2}, \quad [\sigma_z^u]_{z=h_0/2} = [\sigma_z^l]_{z=-h_0/2}$$

○ 変位連続条件;

$$[u^u]_{z=h_0/2} = [u^l]_{z=-h_0/2}, \quad [v^u]_{z=h_0/2} = [v^l]_{z=-h_0/2}, \quad [w^u]_{z=h_0/2} = [w^l]_{z=-h_0/2}$$

以上の連続式と、上、下表面における境界条件より、上層板の Galerkin-vector  $Q_3^u$ 、下層板の  $Q_3^l$  等における未定定数  $C_1^u \sim C_6^u$ 、 $C_1^l \sim C_6^l$  が定められ、式(工)に代入すると、各変位、応力等が求められる。

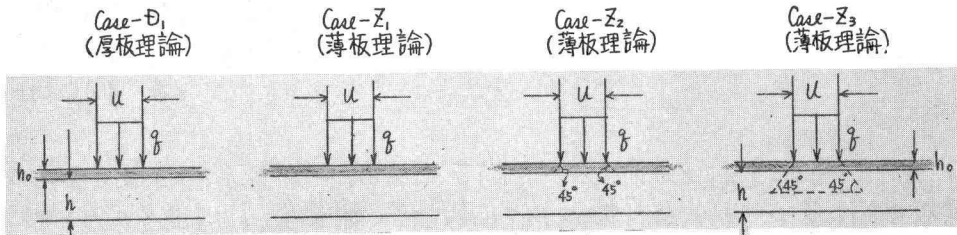


図-2. 荷重の状態

Case-D1, Z1 の載荷幅は輪荷重幅のみである。  
 Case-Z2 の載荷幅は輪荷重幅+舗装厚である。  
 Case-Z3 の載荷幅は輪荷重幅+舗装厚+床板厚の1/2である。

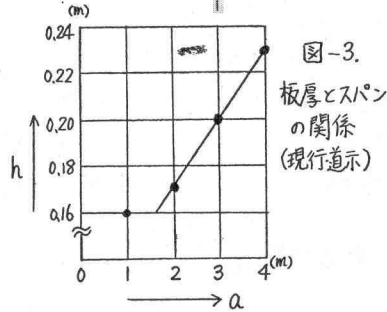


表-1. たわみ、モーメントおよびせん断力の比較。  
(車輛進行方向; y方向)

	$a^{(m)}$	1.0	2.0	3.0	4.0
		$h^{(m)}$	0.16	0.17	0.20
$(W)_{max}$ ( $\times \frac{Pa^2}{D}$ )	D1	0.0157	0.0166	0.0169	0.0170
	Z1	0.0144	0.0161	0.0165	0.0167
	Z2	0.0134	0.0158	0.0164	0.0166
	Z3	0.0117	0.0151	0.0159	0.0163
$(M_x)_{max}$ ( $\times P$ )	D1	0.1683	0.2348	0.2731	0.2989
	Z1	0.1676	0.2331	0.2713	0.2960
	Z2	0.1474	0.2134	0.2513	0.2779
	Z3	0.1210	0.1869	0.2210	0.2369
$(M_y)_{max}$ ( $\times P$ )	D1	0.1316	0.1966	0.2327	0.2548
	Z1	0.1335	0.1956	0.2335	0.2570
	Z2	0.1077	0.1725	0.2113	0.2442
	Z3	0.0770	0.1397	0.1724	0.1954
$(Q_x)_{max}$ ( $\times P/a$ )	D1	0.8982	1.6793	2.5156	3.2572
	Z1	0.8999	1.6605	2.4764	3.2045
	Z2	0.7259	1.2823	1.8844	2.5200
	Z3	0.5851	0.9376	1.3108	1.5941

表-2. たわみ、モーメントおよびせん断力の比較。  
(車輛進行方向; x方向)

	$a^{(m)}$	1.0	2.0	3.0	4.0
		$h^{(m)}$	0.16	0.17	0.20
$(W)_{max}$ ( $\times \frac{Pa^2}{D}$ )	D1	0.0164	0.0168	0.0170	0.0170
	Z1	0.0151	0.0163	0.0166	0.0167
	Z2	0.0143	0.0160	0.0165	0.0166
	Z3	0.0128	0.0154	0.0161	0.0162
$(M_x)_{max}$ ( $\times P$ )	D1	0.1975	0.2618	0.2996	0.3252
	Z1	0.2002	0.2648	0.3024	0.3286
	Z2	0.1734	0.2385	0.2762	0.3027
	Z3	0.1412	0.2056	0.2386	0.2609
$(M_y)_{max}$ ( $\times P$ )	D1	0.1081	0.1692	0.2075	0.2342
	Z1	0.1064	0.1676	0.2046	0.2300
	Z2	0.0884	0.1488	0.1858	0.2112
	Z3	0.0664	0.1235	0.1559	0.1787
$(Q_x)_{max}$ ( $\times P/a$ )	D1	0.7804	1.5159	2.2452	2.9334
	Z1	0.7805	1.4977	2.2076	2.8939
	Z2	0.6320	1.1970	1.7737	2.2885
	Z3	0.4329	0.7623	1.0033	1.1951

$a = 2.0^m$ ,  $b = 6.0^m$ ,  $h = 0.17^m$  ( $y = 3.0^m$ ) の場合における数値計算比較を示す。

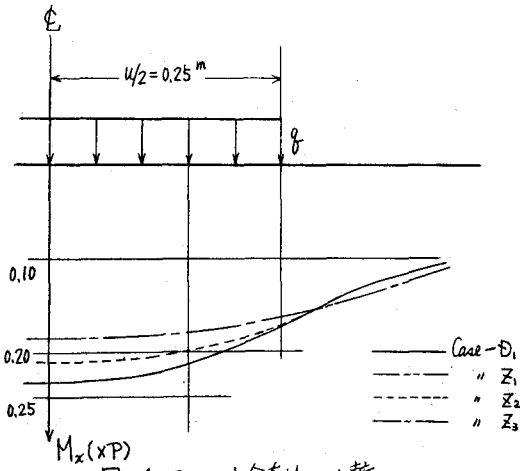


図-4. モーメント分布  $M_x$  の比較  
(車輛進行方向; y方向)

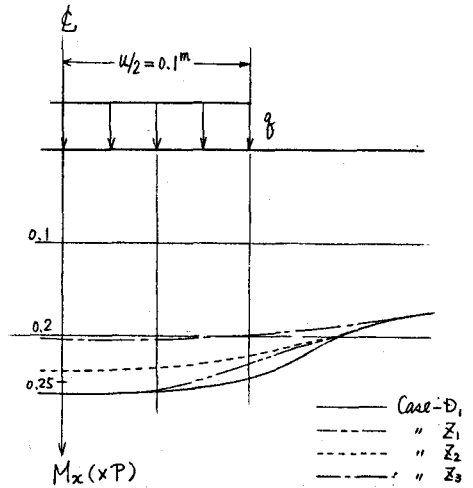


図-7. モーメント分布  $M_x$  の比較  
(車輛進行方向; x方向)

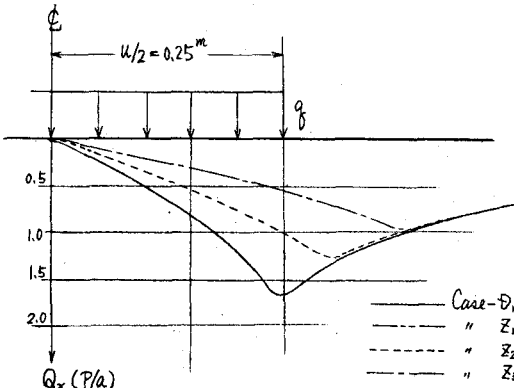


図-5. セン断力分布  $Q_x$  の比較  
(車輛進行方向; y方向)

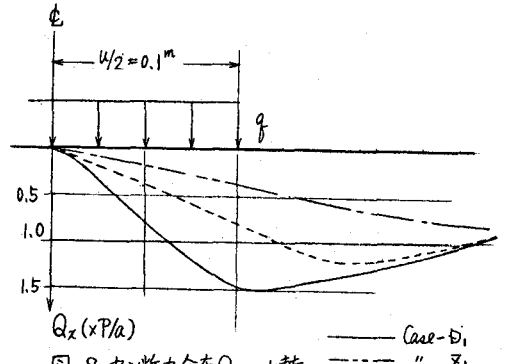


図-8. セン断力分布  $Q_x$  の比較  
(車輛進行方向; x方向)

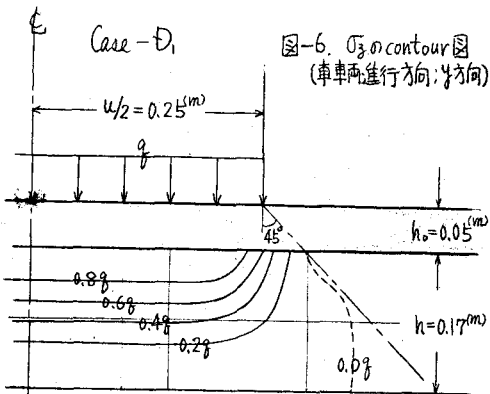


図-6.  $\sigma_z$  の contour 図  
(車輛進行方向; y方向)

3. あとがき; 現行道路橋示方書における考え方 (Case-Z3) と厚板理論 (Case-D1) との差は、かなり顕著であることが分る。薄板理論による断面力の算定に対しては、Case-Z3 より Case-Z1 の方が適切である。

- 1) "Theorie und Berechnung der eisernen Brücken" FR. Bleich, Springer, 1924.
- 2) "Studies of a finite Deformation of Plate due to Reissner's Theory and Three dimensional Theory of thick Plate with Body Force."

T. Horikawa, K. Sonoda and M. Kurata, Memo. Osaka City Univ., vol.16, 1975.