

九州大学工学部 正員 彦坂 照
 “ “ “ “ 内谷 保
 日本国有鉄道 “ “ 石丸 俊郎

1. 緒言

本研究は、支承線が橋軸と任意の角度で斜交する不整形の平面形状をもつ直線橋(図-1)および曲線橋(図-2)を簡易な構造モデルに置換し、差分法を用いて静的・動的解析を行ない、かかる橋梁の力学的性状を明らかにせんとするものである。構造のモデル化に際して、床版の橋軸方向の剛性は主桁の曲げ剛性とわたり剛性に換算して含ませ、版は橋軸直角方向の曲げ剛性のみをもつ変断面直線部材として取り扱うものとする。なお、直線橋は曲線橋の曲率半径が無限大となる特例として扱えるので、ここでは曲線橋について説明する。

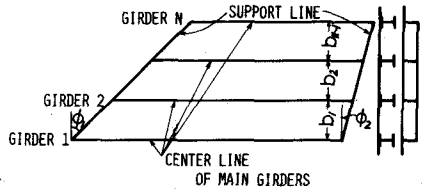


図-1

2. 基礎方程式

図-2のように曲率半径 R_1, R_2, \dots, R_n なる N 本の並列主桁をもつ曲線橋の両端に任意に斜角支持されるものとし、各主桁の中心角を $\phi, \phi_1, \dots, \phi_n$ とする。主桁 n の鉛直下向きたわみ y_n 、ねじり角 θ_n とし、また、主桁 n に作用する鉛直荷重強度およびねじりモーメント荷重強度をそれぞれ q_n, t_n とすれば、主桁 n に関し2次の2つの釣合方程式が得られる。ただし、主桁の曲がり効果は無視する。

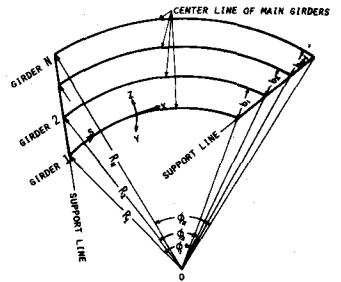


図-2

$$\left. \begin{aligned} EI_n \left\{ \frac{d^4 y_n}{ds^4} - \frac{\mu_n}{R_n^2} \frac{d^2 y_n}{ds^2} + \frac{1+\mu_n}{R_n} \frac{d^2 \theta_n}{ds^2} \right\} &= q_n + v_n - \bar{v}_n \\ -GJ_n \left\{ \frac{d^2 \theta_n}{ds^2} - \frac{\theta_n}{R_n \mu_n} - \frac{1+\mu_n}{R_n \mu_n} \frac{d^2 y_n}{ds^2} \right\} &= t_n - m_n - \bar{m}_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 EI_n 、 GJ_n はそれぞれ主桁 n の曲げ剛性およびねじり剛性、 $\mu_n = GJ_n/EI_n$ 。また、式(1)の右辺の v_n および m_n 、 \bar{v}_n は主桁 n と床版との結合力で、変断面直線材のたわみ角式を用いることにより y および θ で表わすこととできる。また、自由振動解析においては、式(1)の右、 t_n に慣性力を代入すればよい。

3. 基礎方程式の差分化

式(1)に差分法を適用して数値解析するため、不整形曲線橋の各主桁を図-3のような m 等分し、差分点 $1, 2, \dots, m+1$ と設ければ主桁 n の差分間隔は $\lambda_n = R_n \phi_n / m$ で与えられる。いま、主桁 n の i 点で式(1)を差分表示すれば次式のようなとなる。

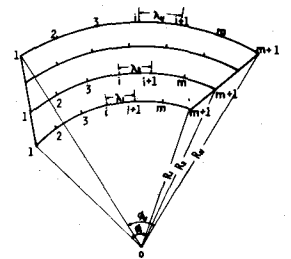


図-3

$$\left. \begin{aligned} EI_n \left\{ \frac{1}{\lambda_n^4} (y_{ni}^2 - 4y_{ni}^1 + 6y_{ni}^0 - 4y_{ni}^{-1} + y_{ni}^{-2}) - \frac{\mu_n}{R_n^2 \lambda_n^2} (y_{ni}^2 - 2y_{ni}^1 + y_{ni}^0) + \frac{1+\mu_n}{R_n \lambda_n^2} (\theta_{ni}^2 - 2\theta_{ni}^1 + \theta_{ni}^0) \right\} &= q_i^2 + v_i^2 - \bar{v}_i^2 \\ -GJ_n \left\{ \frac{1}{\lambda_n^2} (\theta_{ni}^2 - 2\theta_{ni}^1 + \theta_{ni}^0) - \frac{1}{R_n \mu_n} \theta_{ni}^2 - \frac{1+\mu_n}{R_n \mu_n \lambda_n^2} (y_{ni}^2 - 2y_{ni}^1 + y_{ni}^0) \right\} &= t_i^2 - m_i^2 - \bar{m}_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上式において、 n は主桁番号、 i は差分点番号を表わす。また、式(2)の右辺の v_i, m_i などは変形量 y, θ で表わされるので、結局式(2)は未知変形量 y, θ に関する連立一次方程式となる。ただし、本題の不整形曲線橋では、主桁 n の差分点 i における法線は一般に隣接する主桁 $n-1, n+1$ の差分点 i を通らない。いま、図-4の

よりに主橋 $n-1, n, n+1$ の差分点 i とそれぞれ P_i^1, P_i^2, P_i^3 とする。 P_i^1 および P_i^3 における法線は主橋 n と交わる点をそれぞれ P_{i-c}^1, P_{i-d}^3 また、 P_i^2 における法線は主橋 $n-1$ および $n+1$ と交わる点をそれぞれ P_{i-d}^2, P_{i-c}^2 とし、弧 $\overline{P_i^1 P_i^2}, \overline{P_i^2 P_i^3}$ および $\overline{P_i^1 P_{i-d}^2}$ の長さを $C_i^1, C_i^2, \lambda_{i-1}$ および λ_{i+1} とすれば、次式が成り立つ。

$$C_i^1 = (i-1) \left(1 - \frac{\phi_{i-1}}{\phi_i}\right) + \frac{m}{\phi_i} (\omega_{i-1} - \omega_i), \quad d_i^1 = \frac{\lambda_{i-1}}{\lambda_i} \frac{\phi_i}{\phi_{i-1}} C_i^1 \quad (3)$$

ただし、 $0 \leq C_i^1 \leq 1, 0 \leq d_i^1 \leq 1$

故に、 P_{i-c}^1, P_{i-d}^3 点のたわみおよびねじり角は C_i^1, d_i^1 を用いて次のように一次補間式で表される。

$$\left. \begin{aligned} y_{i-c}^1 &= C_i^1 y_{i-1}^1 + (1-C_i^1) y_i^1, & \theta_{i-c}^1 &= C_i^1 \theta_{i-1}^1 + (1-C_i^1) \theta_i^1 \\ y_{i-d}^3 &= (1-d_i^1) y_i^1 + d_i^1 y_{i+1}^1, & \theta_{i-d}^3 &= (1-d_i^1) \theta_i^1 + d_i^1 \theta_{i+1}^1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

こうして得られる y, θ に関する連立一次方程式を解くことにより各差分点の変形量が求められる、それを用いて断面力を求める。

4. 計算例

図-5 のような3種類の平面形状をとつ3主橋曲線橋を考え、スパン l (幅員中心の曲線長)、中心角 $\alpha = 30^\circ$ 、床版の換算曲げ剛性 $D = 0.1 EI_0 / l$ 、主橋間隔 $b = l/16$ は共通とする。各主橋を8等分して差分点 1~7 を設け、外橋中点 2, 3 に集中荷重 P を載荷したときの同

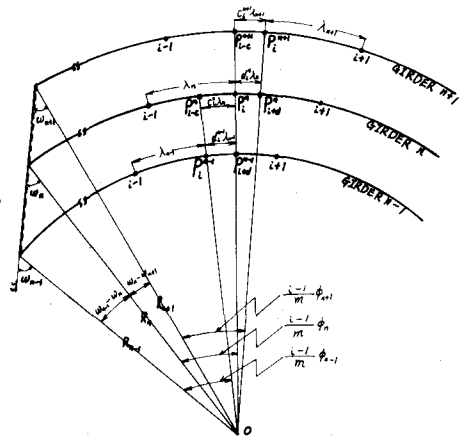


図-4

点のたわみ y_3 、曲げモーメント M_{23} 、支点反力 R_1, R_{10}, R_{19} および4次までの固有円振動数を2種類の横断面形状について表-1に示した。

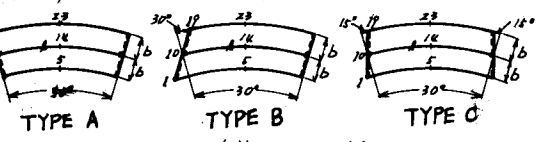


図-5 3主橋曲線橋の平面形状

表-1 3主橋曲線橋の静力学的性状および固有円振動数

断面の形状 および 断面諸値						
	A	B	C	A	B	C
たわみ $\times \frac{Pl^3}{EI_0}$	y_{23} .0886	.0694	.0747	.0763	.0605	.0645
曲げモーメント $\times Pl$	M_{23} .2100	.1844	.1945	.2305	.2040	.2137
支点反力 $\times P$	R_1 -.0674	-.5225	-.4274	-.0692	-.3953	-.3378
	R_{10} .1874	-.5883	-.2763	.1384	-.5914	-.2916
	R_{19} .3800	1.6710	1.2040	.4309	1.5380	1.1290
固有円振動数 $\times \frac{l}{l^2} \sqrt{\frac{EI_0}{\rho}}$	ω_1 6.817	7.897	7.561	7.417	8.536	8.223
	ω_2 18.70 (T)	18.50 (T)	18.36 (T)	16.83 (T)	16.78 (T)	16.63 (T)
	ω_3 32.43	35.00	34.51	36.02	38.16	37.69
	ω_4 46.77 (T)	45.47 (T)	45.23 (T)	41.25 (T)	41.12 (T)	40.82 (T)
	(T)はねじりが卓越する振動					

[参考文献] 1) 彦坂・内谷・大塚: 非扇形曲線橋の解析, 土木学会第29回年次学術講演会概要集, 昭和49年10月