

早稲田大学 理工学部 正夏 宮原 玄

本文は弾性床に支持された平面構造物の静的解析についてのべたものである。弾性床は密に分布するバネ(Winkler仮定)からなる弾性床要素に置換し、構造物は棒要素と弾性ヒンジ要素から成ると仮定する(Fig. 1)。

弾性床要素の剛性マトリックスは観察によって対角マトリックス化する方法と弾性床要素内に貯えられるエネルギーから誘導する方法とがある。前者はLumped mass matrixと相似であり、節点 $i$ の変位に節点 $i$ の集中バネのみが抵抗し、後者はConsistent mass matrixと相似であり、節点 $i$ の変位に節点 $i$ および $j$ の集中バネおよび集中回転バネが抵抗する(Fig. 2)。

座標系をFig. 3に示したようにとる。棒要素と弾性床要素は密着しているとして、両者に共通な変位変数(1)を仮定すれば、夫々の剛性マトリックスは式(2)および(3)のように決定される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x & x^2 & x^3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$[K_B] = \begin{bmatrix} \frac{ES_{ij}}{L_{ij}} & & & & & \\ 0 & \frac{12EI_{ij}}{L_{ij}^3} & & & & \\ 0 & \frac{6EI_{ij}}{L_{ij}^2} & \frac{4EI_{ij}}{L_{ij}} & & & \\ -\frac{ES_{ij}}{L_{ij}} & 0 & 0 & \frac{ES_{ij}}{L_{ij}} & & \\ 0 & -\frac{12EI_{ij}}{L_{ij}^3} & \frac{6EI_{ij}}{L_{ij}^2} & 0 & \frac{12EI_{ij}}{L_{ij}^3} & \\ 0 & \frac{6EI_{ij}}{L_{ij}^2} & \frac{2EI_{ij}}{L_{ij}} & 0 & \frac{6EI_{ij}}{L_{ij}^2} & \frac{4EI_{ij}}{L_{ij}} \end{bmatrix} \quad \text{SYM.} \quad (2)$$

$$[K_S] = \begin{bmatrix} \frac{Es_x L_{ij}}{3} & & & & & \\ 0 & \frac{13Es_y L_{ij}}{35} & & & & \\ 0 & \frac{11Es_y L_{ij}^2}{210} & \frac{Es_x L_{ij}^2}{105} & & & \\ \frac{Es_x L_{ij}}{6} & 0 & 0 & \frac{Es_x L_{ij}}{3} & & \\ 0 & \frac{9Es_y L_{ij}}{70} & \frac{13Es_y L_{ij}^2}{420} & 0 & \frac{13Es_y L_{ij}}{35} & \\ 0 & \frac{13Es_y L_{ij}^2}{420} & \frac{Es_x L_{ij}^2}{140} & 0 & \frac{11Es_y L_{ij}}{210} & \frac{Es_x L_{ij}^2}{105} \end{bmatrix} \quad \text{SYM.} \quad (3)$$

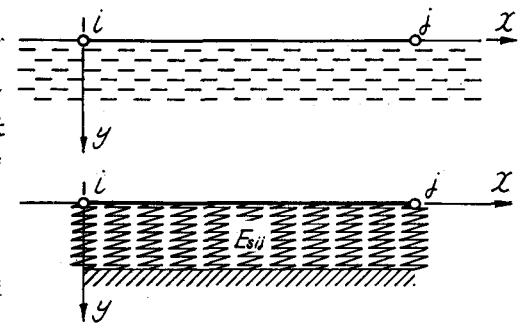


Fig. 1

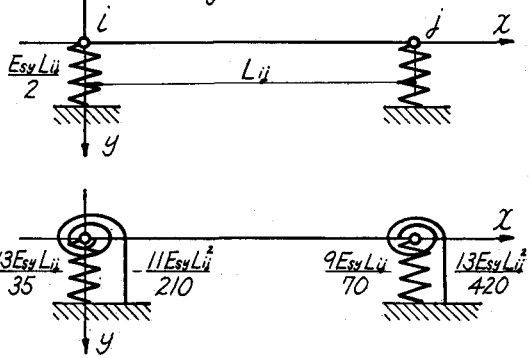


Fig. 2

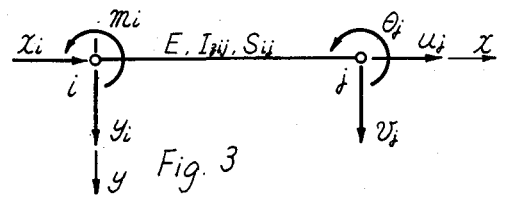


Fig. 3

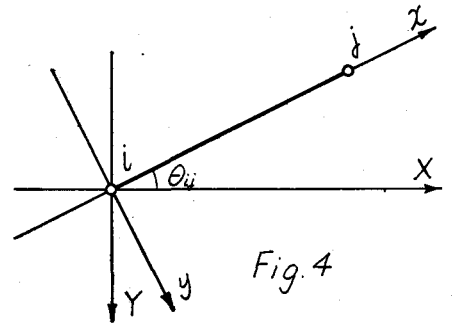


Fig. 4

構造物にモーメント、せん断力および軸力を伝達するヒンジが存在する場合、これを弾性ヒンジ要素(Fig. 5)に理想化し剛性マトリックスとして式(4)を用いる。

剛性マトリックス(2)、(3)および(4)に座標変換を施して(Fig. 4)重ね合わせれば、弾性床に支持された、弾性ヒ

$$[K_H] = \begin{bmatrix} R_x & & & & & \\ 0 & R_y & & & & \\ 0 & 0 & R_r & & & \\ -R_x & 0 & 0 & R_x & & \\ 0 & -R_y & 0 & 0 & R_y & \\ 0 & 0 & -R_r & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad \text{SYM.} \quad (4)$$

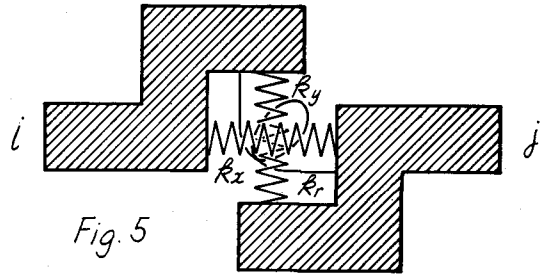


Fig. 5

ジを含む平面構造物の剛性方程式を得る。弾性床要素の剛性マトリックス(3)を用いることが境界条件を考慮したことに相当するので、特に必要がなければ新たに境界条件を与えなくても、この剛性方程式は解ける。

弾性床要素の剛性マトリックスとして式(3)を用いると、視察により、対角化したマトリックスよりも少し節点数で誤差の少ない節点変位を求めることができるが、これらの節点変位から得られる棒要素の断面力および弾性床要素の反力は各々の要素の平均値であり、要素間で階段的に変化する。この問題を

解決するために、ユニット分割法を応用する。すなわち、第1次計算では節点数を最小限度におさえて節点変位を求め、第2次計算では棒要素を5等分し変位関数(1)を用いて新たに設けた4つの節点の変位を、続いて断面力と反力を求める (Fig. 6)。

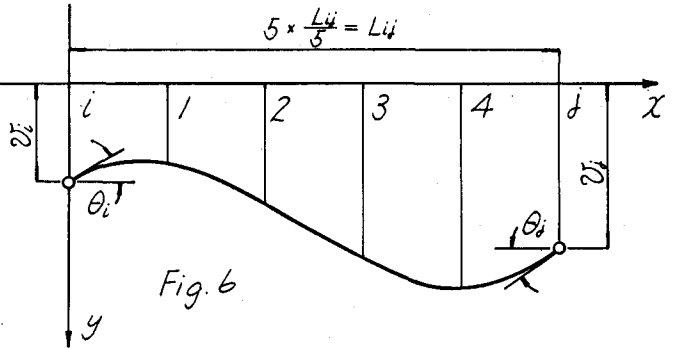


Fig. 6

Fig. 7 に示した構造物を解く。図中の番号は節点番号であり、弾性ヒンジの存在する点には2つの節点番号をつける。

弾性ヒンジ要素のバネ係数に棒要素の単位長さ当たりの剛性 ( $EA/2EI, 4EI$ ) より大きな数値を与えれば、その点が剛接された構造の解と一致する。ユニット分割法を応用した計算結果は滑らかに変化し、節点数を5倍にして第1次計算のみを行った計算結果との誤差は小さい。

Fig. 8 は弾性ヒンジ要素のバネ係数  $R_x$  および  $R_y$  に大きな数値を用い、 $R_r$  を0とした通常のヒンジ接合のトラスを示している。式(4)を用いてこの構造を解くと剛性方程式の元数が大きくなり不経済であるが正解を得ることができる。

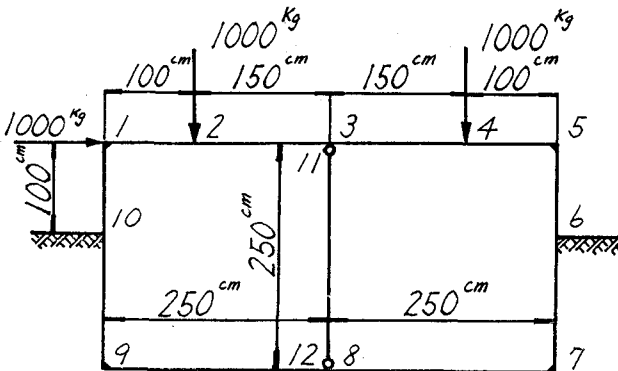


Fig. 7

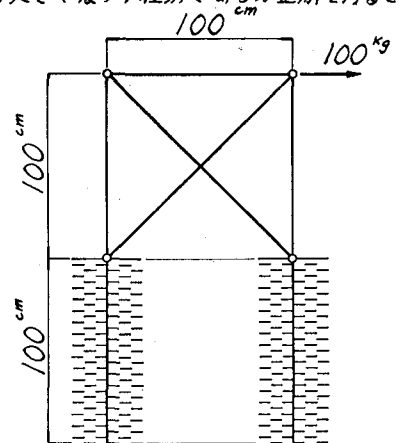


Fig. 8

参考文献 「基礎の特性を考慮した構造物の静的解析」  
昭和46年土木学会年次学術講演会 I-128.