

北海道大学工学部 正員 能町純雄
 苫小牧工業高専 正員 〇澤田知之

1 まえがき 筆者等は、先にタイ・ロッドを有する矢板構造が背面の土圧を根入れ部分と、タイ・ロッドにより、受け持つ場合¹⁾ を発表したが、土圧の他に、さらに上載に部分荷重等の Surcharge が作用する場合を、モデル化して、理論解析を行なったものである。解析にあたっては、矢板要素が互に軸方向にヒンジ結合されており、このようにして作られた矢板平面構が両端が単純支持、荷頭は自由、根元先端ではヒンジ条件と考へ、矢板断面では平面保持の状態に変形すると仮定する。

矢板要素の曲げ、及び捩りモーメントの均り合いによる変位と軸廻りの回転変位から、ヒンジ点での力の均り合いによって、基本微分差分方程式は求めた。解析の方法は、矢板の軸方向にフーリエ変換、それと直角方向に、フーリエ定積分変換を用い、境界条件を満足するように各境界値を定めて、必要とする節点変位、断面力を算定する方法によつた。

2. 一般式 図-1 に示す如く矢板長を l 、タイ・ロッドの位置を天端より z_0 、 l_1 を三角分布土圧の作用する根入れより上の部分、 l_2 は主動土圧と受働土圧との差を等分布とした弾性床上の梁とし、 P^{su} なる Surcharge が作用しているとして、 l_1 と l_2 との連続の条件及び境界条件によつて境界値を決定する。

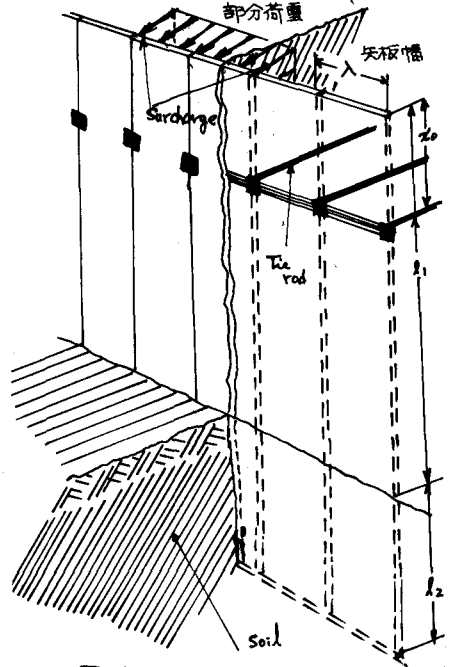


図-1 (一般図)

2-1 根入れより上の部分 矢板要素の鉛直方向の曲げと、捩りの基本微分方程式及びタイ・ロッドを固定する水平方向梁における連モーメント式にフーリエ変換及び定積分変換を施し整理をして、フーリエ逆変換を行なうと次の如く示される。

$$\begin{aligned} \bar{w}_{ii}(x) &= \frac{2}{l_1} \sum_{m=1}^{\infty} \bar{w}_{ii}(x) \cdot \sin \frac{m\pi x}{l_1} \\ &= \left(1 - \frac{x}{l_1}\right) \cdot \bar{w}_{ii}(0) + \frac{x}{l_1} \bar{w}_{ii}(l_1) \\ &\quad + \frac{l_1^2}{\pi^2 a^2} \left(\frac{\sinh \frac{\pi l_1 x}{a}}{\sinh \pi a} - \frac{x}{l_1} \right) \cdot \ddot{w}_{ii}(l_1) \\ &\quad + \frac{C}{l_1} F_i \Phi(x, x) \cdot \bar{w}_i^0 + C \cdot L(x) \cdot \bar{P}^{soil} \\ &\quad + C \cdot \{L(x) - L(l_1 - x)\} \cdot \bar{P}^{su} \quad \text{--- (1)} \end{aligned}$$

ここで

$w_{ir}(x)$: 根入れより上の部分の節点 r の変位, P^{soil} : 土圧, P^{su} : Surcharge 荷重
 $\bar{w}_{ii}(x) = \sum_{r=1}^{n-1} w_{ir}(x) \cdot \sin \frac{i\pi r}{n}$, $\bar{P}^{soil} = \sum_{r=1}^{n-1} P^{soil} \cdot \sin \frac{i\pi r}{n}$, $\bar{P}^{su} = \sum_{r=1}^{n-1} P^{su} \cdot \sin \frac{i\pi r}{n}$
 $\bar{w}_{ii}(x) = \int_0^{l_1} w_{ii}(x) \cdot \sin \frac{i\pi x}{l_1} dx$, $\ddot{w}_{ii}(x) = \frac{\partial^2 w_{ii}(x)}{\partial x^2}$ 等を示す。

$C = \frac{4l_1^3}{\pi^3 EI(4-D_2)}$, $A = \frac{4l_1^2 \cdot D_2 \cdot GJ}{\pi^2 \lambda^2 (4-D_2) \cdot EI}$, $D_2 = 2 \cdot (1 - \cos \frac{i\pi}{n})$
 $q = \sqrt{A}$, $F_i = -\left(\frac{D_2}{\lambda} \cdot \frac{6EI D_2}{(6-D_2)\lambda^2} + K\right)$, K : タイ・ロッドのバネ定数 (kg/cm)
 GJ : 矢板要素の捩り剛性 (kg/cm²)
 EI : 矢板要素の曲げ剛性 EI_0 : タイ・ロッドを支える梁の曲げ剛性 (kg/cm²)

$$\Phi(x_0, x) = \begin{cases} \frac{\pi}{a^2} \left\{ \frac{x(l-x_0)}{l^2} - \frac{\sinh \pi a x \cdot \sinh \pi a (l-x_0)}{\pi a \cdot \sinh \pi a l} \right\} & x \leq x_0 \\ \frac{\pi}{a^2} \left\{ \frac{x_0(l-x)}{l^2} - \frac{\sinh \pi a x \cdot \sinh \pi a (l-x_0)}{\pi a \cdot \sinh \pi a l} \right\} & x \geq x_0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\Delta(x) = \frac{\pi}{6a^2} \cdot \frac{x(l^2-x^2)}{l^3} + \frac{\pi}{\pi^2 a^2} \left(\frac{\sinh \frac{\pi a}{2} x}{\sinh \pi a} - \frac{x}{l} \right) \quad (3)$$

2-2 根入り部分 土との相互作用がバネを介して行われると考えると基本微分方程式を立て、フーリエ変換と定積分変換を行ない、仮定条件を入れて整理を行なう。前述と同様にフーリエ逆変換を行なうと次の如く示される。

$$\bar{w}_{2c}(x) = -\frac{1}{2d\beta} \frac{l_1^3}{\pi^2} \cdot \bar{P}(\xi) \cdot \bar{w}_{2c}(0) + \left\{ Q(\xi) + \frac{A1}{4d\beta} \cdot \bar{P}(\xi) \right\} \cdot \bar{w}_{2c}(0) \quad (4)$$

$w_{2c}(x)$: 根入り部分の土点変位, $\bar{w}_{2c}(0) = \sum_{r=1}^{\infty} w_{2c}(x) \sin \frac{\pi r x}{l}$, $\xi = \frac{x}{l}$, k_0 : 地盤反力係数 $\rightarrow \lambda$ (kg/cm^2)

$$A1 = \frac{l_1^2 GJ D_c}{\pi^2 (1 - \frac{D_c}{E I \lambda^2}) E I \lambda^2}, \quad B1 = \frac{l_1^4 k_0 (1 - \frac{D_c}{E I \lambda^2})}{\pi^4 E I (1 - \frac{D_c}{E I \lambda^2})}, \quad d = \frac{\sqrt{A1 + 2J B1}}{2}, \quad \beta = \frac{\sqrt{-A1 + 2J B1}}{2}$$

$$\bar{P}(\xi) = \frac{\sinh \pi (2-\xi) \cdot \sinh \pi \xi - \sinh \pi \xi \cdot \sinh \pi (2-\xi)}{\cosh 2\pi - \cosh 2\beta \pi} \quad (5) \quad Q(\xi) = \frac{\cosh \pi (2-\xi) \cdot \cosh \pi \xi - \cosh \pi \xi \cdot \cosh \pi (2-\xi)}{\cosh 2\pi - \cosh 2\beta \pi} \quad (6)$$

3 連続条件 境界条件 連続条件は次の4式で示される。 $\bar{w}_{1c}(l_1) = \bar{w}_{2c}(0) \quad (7)$

$$\bar{w}_{1c}(l_1) = \bar{w}_{2c}(0) \quad (8) \quad \bar{w}_{1c}'(l_1) = \bar{w}_{2c}'(0) \quad (9) \quad \bar{w}_{1c}''(l_1) = \bar{w}_{2c}''(0) \quad (10) \quad \text{一方境界条件は次の如くである。}$$

$$x = x_0 \text{ での Tie-rod と sheet-pile の変位は一致する} \quad (11)$$

$$x = 0 \text{ での 剪断力の均り合いは0である。} \quad (12)$$

よって(7)~(12)式を整理すると次の様に表わされる。

$\frac{1}{l_1}, \quad -\frac{GJ D_c}{l_1} \Phi(x_0, l_1), \quad \left\{ Q(0) + \frac{A1}{4d\beta} \bar{P}(0) \right\} \frac{1}{l_1}, \quad -\frac{l_1^2}{2d\beta \pi^2} \bar{P}(0) \left\{ \frac{l_1 \cosh \pi}{\pi a l_1} - \frac{l_1}{\pi a l_1} \right\}$	$0, \quad -\frac{GJ D_c}{l_1} \Phi'(x_0, l_1), \quad \left\{ Q'(0) + \frac{A1}{4d\beta} \bar{P}'(0) \right\}, \quad -\frac{l_1^2}{2d\beta \pi^2} \bar{P}'(0) - \frac{\pi a \cosh \pi a}{l_1 \sinh \pi a}$	$\left(1 - \frac{x_0}{l_1}\right) \frac{GJ D_c}{l_1} \Phi(x_0, x_0) - 1, \quad \frac{x_0}{l_1}, \quad \left(\frac{l_1^2}{\pi a^2} \left\{ \frac{\sinh \frac{\pi a}{2} x_0}{\sinh \pi a} - \frac{x_0}{l_1} \right\} \right)$	$\frac{GJ D_c}{l_1 \lambda^2}, \quad \frac{E I}{4} (4-D_c) \frac{C F_c}{l_1} \Phi''(x_0), \quad -\frac{GJ D_c}{\lambda^2 l_1}, \quad \frac{E I}{4} (4-D_c) \frac{\pi a \cdot 1}{l_1 \sinh \pi a}$	$-\frac{GJ D_c}{\lambda^2 l_1} \frac{C F_c}{l_1} \Phi''(x_0), \quad -\frac{GJ D_c}{\lambda^2 (\pi a)^2} \left\{ \frac{\pi a}{l_1 \sinh \pi a} \frac{1}{l_1} \right\}$	$\bar{w}_{1c}(0), \quad \bar{w}_{1c}'(0), \quad \bar{w}_{2c}(0), \quad \bar{w}_{2c}''(0)$	$=$	$\begin{aligned} & C L(l_1) \cdot \bar{P}_{soil} + C \{ L'(l_1) - L(0) \} \cdot \bar{P}^{su} \\ & C L'(l_1) \cdot \bar{P}_{soil} + C \{ L''(l_1) - L''(0) \} \cdot \bar{P}^{su} \\ & - C L(x_0) \cdot \bar{P}_{soil} - C \{ L(x_0) - L(l_1 - x_0) \} \cdot \bar{P}^{su} \\ & - \frac{E I}{4} (4-D_c) C L''(0) \cdot \bar{P}_{soil} \\ & + \frac{GJ D_c}{\lambda^2} D_c C L'(0) \cdot \bar{P}_{soil} \\ & - \frac{E I}{4} (4-D_c) C \{ L''(0) - L''(l_1) \} \cdot \bar{P}^{su} \\ & + \frac{GJ D_c}{\lambda^2} D_c C \{ L'(0) - L'(l_1) \} \cdot \bar{P}^{su} \end{aligned} \quad (13)$
--	---	--	---	---	---	-----	--

よって上式より境界値を求め、Fourier-Sine 定積分逆変換を施すと(1)より変位Eを知る。

$$w_{1r}(x) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{\pi} \bar{w}_{1c}(x) \cdot \sin \frac{\pi r x}{l} \quad (14)$$

4 数値計算例

今、 $l = 10\text{m}$, $l_1 = 7\text{m}$, $l_2 = 3\text{m}$, $\lambda = 30\text{cm}$, $K = 200\text{kg/cm}$
 $k_0 = 1\text{kg/cm}^2$, $E = 21 \times 10^6\text{kg/cm}^2$ とし、変位およびモーメントを求め図-2に示す。尚、土の内部摩擦角は30°とす。

※参考文献: S.G.Nomachi. A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration (The Transcript from the memories of the Muroran Institute of Technology, Vol 5 No. 2)

1) 能町、次田、軸方向に一定の荷重をかけたパイロットを有する矢板の応力解析について (土木学会北海道支部論文報告集 第31号 昭和49年度)

尚、本理論計算は、北大大型計算センターの FACOM 1-230-75 を用いて行なった。

図-2

--- 一般解析値
 ——— Surchage 解析値 $P^{su} = 2.0\text{kg/cm}$

