I-86　鋼線で連結した構造物の三連ベクトル式について

信州大学工学部　正会員　吉沢孝和

1．まえがき　地震・台風などの強大な外力を受けて構造物に発生した局部的な破壊が構造全体の崩壊をひきおこすようなことは極力避けなければならない。一般に，崩壊に対する抵抗力は構造物の不静定次数に比例して増大するが，使用材料の面からは不経済となる。本研究は，構造物の節点間を高張力鋼線を組み合わせた引張材で連結することにより，経済的に在来の構造物に粘り強さを与えることを考究する。高張力鋼線は従来，構造物に対するプレストレス導入の手段として使用されてきたが，本文では構造物の変形がある程度進んでから鋼線に引張力を発生させる場合も含めてとり扱う。静定構造物に対して後者のような鋼線の用い方をすると，その荷重・変形特性は静定と不静定との中間的な準静定と呼びうるような様相を呈する。[1)] 構造物の主要部材の応力の急上昇または降伏に対しては，その部材の両端の節点に集合している鋼線引張材を介してその影響を他の節点に伝達して分散させる。引張材に発生する張力は節点変位の関数となる。連続して並ぶ多数の構造物を鋼線で連結した系または1つの構造物の中の隣接節点間を一方向に鋼線で連結した系について節点平衡条件を書き出すと，連続する3個の節点における特定の状態ベクトル要素を未知量とした三連ベクトル式が得られ，これを用いて系全体の解析を行なうことができる。

2．構造解析における付加部材の取扱い　構造物の節点(i)(j)に結合する部材(ij)を考える。系の変形により節点には変位ベクトル $\mathbf{D}_i$　$\mathbf{D}_j$ が発生しこれにより部材応力が誘起される。この部材の材端力を節点(i)(j)に作用する節点荷重の正方向の成分に変換する。変換された力ベクトルを節点(i)に対しては $\mathbf{F}_{ij}$，また節点(j)に対しては $\mathbf{F}_{ji}$ であらわすと，これらはつぎの形で与えられる：

$$\mathbf{F}_{ij} = \mathbf{S}_{ij}\mathbf{D}_i + \mathbf{R}_{ij}\mathbf{D}_j + \mathbf{G}_{ij}\mathbf{K}_{ij}, \quad \mathbf{F}_{ji} = \mathbf{R}_{ji}\mathbf{D}_i + \mathbf{S}_{ji}\mathbf{D}_j + \mathbf{G}_{ji}\mathbf{K}_{ij} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

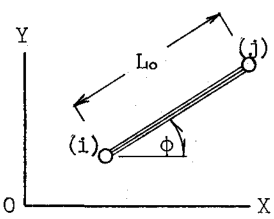
ここに，$\mathbf{K}_{ij}$ は部材(ij)の荷重項である。マトリクス $\mathbf{S}_{ij}$，$\mathbf{R}_{ij}$，$\mathbf{G}_{ij}$，…　等の要素は，部材の材質形状寸法，方向余弦および部材の両端が節点に結合される条件によって定められる。

式(1)を用いて構造物のすべての節点について，節点荷重と節点に結合する部材の部材力成分との平衡条件式を書き出し，これを一括して解けば系の解が得られる。本文では補強用引張材の効果を検討するため，系の剛性マトリクスからこの部分を分離してつぎの形で解析を進める：

$$\mathbf{D} = \{\mathbf{S} + \mathbf{A}\}^{-1} \cdot \mathbf{L} \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

ここに，$\mathbf{D}$ は系全体の節点変位マトリクス，$\mathbf{S}$ は主構系の剛性マトリクス，$\mathbf{A}$ は補強部材に関する係数のみを要素として配置したマトリクスで，付加マトリクス(attachment matrix)と呼ぶ。これは一般に特異マトリクスである。$\mathbf{L}$ は荷重マトリクスである。式(2)において，$\mathbf{A}$ の値を変化させることにより構造物の漸増荷重に対する変形特性や動的応答の特性に寄与する補強引張材の効果を検討できる。

3．鋼線群を用いた非線形引張材　構造物の変形挙動を調整するために用いる引張材は，その使用場所と目的に応じて荷重・伸長特性を適宜設定できることが必要である。本文ではそのために長さの異なる数本の高張力鋼線を束ねた引張材を考える。各々の要素線材は，その降伏点までは弾性的性質を示し降伏から破断に至るまでの間は一定応力度で変形するものと考える。伸長の際の断面収縮，素線の自重による張力，素線相互間のまさつ力，破断の際の衝撃等は無視する。また，圧縮力は負担しない。鋼

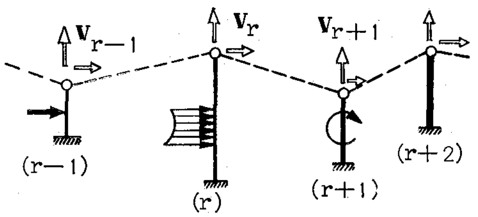


線の弾性係数をE,降伏点ひずみをε_y，鋼線束の基準長をL_0，素線(r)の長さを$\alpha_r \cdot L_0$，断面積をA_rであらわし，節点(i),(j)に結合する鋼線束を考えると，節点が座標軸の正方向に$\{dx, dy\}_i \{dx, dy\}_j$の変位を生じたとき，この鋼線束に発生する引張力の節点(i),(j)に対する座標軸正方向への成分は次式で与えられる。ここに，$cs=\cos\phi$ $sn=\sin\phi$ である。なおこの式は，鋼線束の弾性領域にある素線がm本，降伏領域にある素線がn本の場合を示す。各素線の応力領域は結合節点間の距離とともに変化する。

$$\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}Px\\Py\end{bmatrix}_i\\\begin{bmatrix}Px\\Py\end{bmatrix}_j\end{bmatrix}=\frac{1}{L_0}\sum_1^m\left\{\frac{EA}{\alpha}\right\}_r\begin{bmatrix}-cs^2 & -cs\cdot sn & cs^2 & cs\cdot sn\\-cs\cdot sn & -sn^2 & cs\cdot sn & sn^2\\cs^2 & cs\cdot sn & -cs^2 & -cs\cdot sn\\cs\cdot sn & sn^2 & -cs\cdot sn & -sn^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}dx\\dy\end{bmatrix}_i\\\begin{bmatrix}dx\\dy\end{bmatrix}_j\end{bmatrix}$$

$$+\left[-\sum_1^m\left\{\frac{EA(\alpha-1)}{\alpha}\right\}_r+\varepsilon_y\sum_1^n\{EA\}_r\right]\begin{bmatrix}cs\\sn\\-cs\\-sn\end{bmatrix}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(3)$$

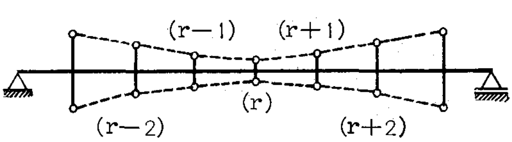
4。構造物の相互連結の例（鉛直棒群の連結）図のように下端が固定され鉛直に立てられた棒は，それぞれ曲げ変形と軸方向伸縮とを独立に生ずるものと考える。相互の棒の頂部を連結する前は個々に挙動するが連結後は全体として挙動する。式(2)の$\mathbf{S}$に各棒の因子を$\mathbf{A}$に連結用鋼線の因子を代入して整理すると，連結後の構造系は各棒の頂部における変位または力ベクトルを未知量とした解式となる。たとえばこの系の最も簡単な場合として，すべての棒の先端が同一水平直線上に並ぶ場合を考えると，棒(r)の節点については連続する3本の棒の頂部に発生するせん断力 S_{r-1} S_r S_{r+1} を未知量とした三連せん断力式がつぎのように得られる。すべての節点についてこの形の条件式が成り立つから，これらを連立に解いて解を得る。



$$\Sigma p_{r-1}\cdot S_{r-1}-\{\Sigma p'_{r-1}+\Sigma p_r\}S_r+\Sigma p_r\cdot S_{r+1}$$
$$=-\mathbf{c}_{r-1}\mathbf{K}_{r-1}+(\mathbf{c}'_{r-1}+\mathbf{c}_r)\mathbf{K}_r-\mathbf{c}'_r\mathbf{K}_{r+1}-\Sigma q_{r-1}+\Sigma q_r\quad\cdots\cdots\cdots\quad(4)$$

ここに，Sはせん断力，$\mathbf{K}$は各棒に作用する荷重項，p，$\mathbf{c}$，q は鋼線の伸びにより定まる係数を示す。

5。構造内部節点連結の例（タイロッドビーム）はりの中立軸から偏心した位置に節点を設け，図のように鋼線または鋼棒で連結した系を考える。これにプレストレスを導入する方式はすでに実用化されている。偏心アームを剛体と仮定し，中立軸上における変位ベクトル｛軸方向伸び・たわみ・たわみ角｝を$\mathbf{D}_{r-1}$ $\mathbf{D}_r$ $\mathbf{D}_{r+1}$ ････ であらわす。節点(r)における平衡条件を処理してつぎのような三連変位ベクトル式を得る：



$$\mathbf{L}_{r-1}\mathbf{D}_{r-1}+\mathbf{M}_r\mathbf{D}_r+\mathbf{R}_{r+1}\mathbf{D}_{r+1}=\mathbf{B}_r\{\mathbf{K}_{r-1}\ \mathbf{K}_r\}+\mathbf{Q}'_{r-1}+\mathbf{Q}_r\quad\cdots\cdots\cdots\quad(5)$$

ここに，変位ベクトル$\mathbf{D}$,荷重項$\mathbf{K}$以外のマトリクスの要素中には，各区間の連結鋼線の伸び量によって定められる因子が含まれている。鋼線の伸び量は$\mathbf{D}$の関数であるから，特例を除いて反復計算を要する。

中立軸上の各点についてこの形の式を書き出したものを連立に解いて，系全体の解が得られる。

1）吉沢孝和： 高張力鋼線によるトラス構造物の静的応答の制御に関する基礎的研究，土木学会論文報告集第 227号，1974年 7月，pp. 1〜10