

日本鋼管

正員 ○原 茂樹

徳島大学工学部土木工学科

正員 児嶋弘行

徳島大学工学部土木工学科

正員 平尾 潔

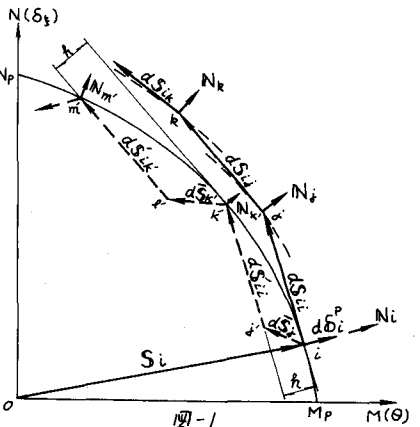
1. はしがき 本研究は、漸増節点荷重をうける任意の立体骨組を対象として、軸力、2軸まわりの曲げ、および、ねりの組合せ降伏条件式を用い、塑性流動理論を導入した場合の一弾塑性解析方法について研究を行ない、解析プログラムを作成して、2, 3の計算例を示し、塑性流動理論の導入に伴う材端力と材端変位との非線形関係を上界近似した場合²⁾(図-1の実線)と、下界近似した場合(図-1の点線)の相異とか、幾可学的非線形性を考慮した場合の影響などについて、簡単な比較考察を行なったものである。

2. 解析上の仮定 本研究では、解析に先だつてつぎのような仮定をもうける。1) 材料はひずみ硬化のない完全弾塑性体とし、材料の応力-ひずみ特性は線形かつ時間に対して独立とする。2) 材料の降伏せん断応力度 τ_y は、Von Misesの降伏基準に従って $\tau_y = \sigma_y/\sqrt{3}$ とする。3) 降伏条件式におよぼすせん断力の影響は無視する。4) 断面の形状係数は1とし、塑性域の部材軸方向の拡がりは無視する。5) 部材は2軸対称な一定断面を有する直線部材とする。6) せん断変形および、リーベングは無視する。7) すべての荷重は節点に作用し、その強度は一定または同一割合で変化するものとする。

3. 解析に用いた基本式 本解析では幾可学的非線形性の影響を検討するため、つぎのような変形法の基本式を用いて解析してみた。

- 1) 線形基本式。2) R.K.Livesleyら¹⁾が提示した、安定関数を含んだ基本式²⁾。3) 2)の基本式を材端力を変形後の方向にとつて修正した基本式(2)の基本式を $N = EA(l_0 - l)/l_0$ とし、せん断力の δ_r, δ_s にかかる安定関数 g を免に書きかえたもの³⁾。4) C.Oranの提示した基本式^{2), 3)}。

弾性端部材に対するこれらの基本式は文献を参照して頂くこととし、以下に、降伏端部材に対する基本式の誘導方法をしり面降伏部材を例にとつて簡単に紹介する。今、 i 端が n 回、 j 端が m 回降伏を繰返した場合(上界近似の方法では塑性変形量ベクトルの方向を修正した場合)の i 端および j 端の材端力を、 S_{in}^p, S_{jm}^p 、塑性変形量を、 δ_i^p, δ_j^p とし、 S_{in}^p, S_{jm}^p に対応した法線ベクトルを N_{in}, N_{jm} とすれば、その後の荷重増加に伴って、 i 端 j 端では $M_{in}N_{in}, M_{jm}N_{jm}$ の塑性変形量が付加され、結局、材端弾性変位 δ^e と節点変位 δ との関係は



となる。したがって、この材端弾性変位 δ^e に対応する材端力 S はつぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_i^e &= \delta_i - \delta_i^p - M_{in}N_{in} \\ \delta_j^e &= \delta_j - \delta_j^p - M_{jm}N_{jm} \end{aligned} \right\} \text{ただし、} \left. \begin{aligned} \delta_i^p &= \sum_{k=1}^n \delta_{ik}^p = \sum_{k=1}^n \mu_{ik}N_{ik} \\ \delta_j^p &= \sum_{k=1}^m \delta_{jk}^p = \sum_{k=1}^m \mu_{jk}N_{jk} \end{aligned} \right\} \text{--- (2)}$$

$$\left. \begin{aligned} S_i &= K_{ii} \cdot \delta_i^e + K_{ij} \cdot \delta_j^e + L_i = K_{ii} \cdot \delta_i + K_{ij} \cdot \delta_j - K_{ii} \cdot M_{in}N_{in} - K_{ij} \cdot M_{jm}N_{jm} + S_i^e \\ S_j &= K_{ji} \cdot \delta_i^e + K_{jj} \cdot \delta_j^e + L_j = K_{ji} \cdot \delta_i + K_{jj} \cdot \delta_j - K_{ji} \cdot M_{in}N_{in} - K_{jj} \cdot M_{jm}N_{jm} + S_j^e \end{aligned} \right\} \text{--- (3)}$$

ここで、 L は変位の2次項とか、部材の初期たわみ(半波の正弦波形を仮定)による荷重項を表わし、 S_i^e, S_j^e は式(4)のようである。

$$S_i^e = L_i - K_{ii} \cdot \delta_i^p - K_{ij} \cdot \delta_j^p, \quad S_j^e = L_j - K_{ji} \cdot \delta_i^p - K_{jj} \cdot \delta_j^p \quad \text{--- (4)}$$

一方、材料の完全弾塑性体の仮定により、式(5)のような、直交条件式が成立する必要があるから、これに、

$$N_{in}^T \cdot dS_i = N_{in}^T \cdot (S_i - S_{in}^p), \quad N_{jm}^T \cdot dS_j = N_{jm}^T \cdot (S_j - S_{jm}^p) \quad \text{--- (5)}$$

式(3)の S_{in} , S_{ij} を代入して整理すれば, 塑性流れ定数 μ_{in} , μ_{jm} がつぎの式(6)のように求まる。

$$\mu_{in} = \{ X_1 \cdot \delta_i + X_2 \cdot \delta_j - C_i \}_{nm} T_{nm}, \quad \mu_{jm} = \{ X_3 \cdot \delta_i + X_4 \cdot \delta_j - C_j \}_{nm} T_{nm} \quad (6)$$

ただし, 上式中

$$\begin{aligned} X_1 &= N_{jm}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{jm} \cdot N_{in}^T \cdot K_{ii} - N_{in}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{jm} \cdot N_{jm}^T \cdot K_{jj}, & C_i &= N_{jm}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{jm} \cdot N_{in}^T \cdot \{ S_{in}^p - S_i^i \} \\ X_2 &= N_{jm}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{jm} \cdot N_{in}^T \cdot K_{ij} - N_{in}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{jm} \cdot N_{jm}^T \cdot K_{jj}, & & - N_{in}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{jm} \cdot N_{jm}^T \cdot \{ S_{jm}^p - S_j^j \} \\ X_3 &= N_{in}^T \cdot K_{ii} \cdot N_{in} \cdot N_{jm}^T \cdot K_{ij} - N_{jm}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{in} \cdot N_{in}^T \cdot K_{ii}, & C_j &= N_{in}^T \cdot K_{ii} \cdot N_{in} \cdot N_{jm}^T \cdot \{ S_{in}^p - S_i^i \} \\ X_4 &= N_{in}^T \cdot K_{ii} \cdot N_{in} \cdot N_{jm}^T \cdot K_{ij} - N_{jm}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{in} \cdot N_{in}^T \cdot K_{ii}, & & - N_{jm}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{in} \cdot N_{in}^T \cdot \{ S_{in}^p - S_i^i \} \\ T &= \{ N_{in}^T \cdot K_{ii} \cdot N_{in} \cdot N_{jm}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{jm} - N_{in}^T \cdot K_{ij} \cdot N_{jm} \cdot N_{jm}^T \cdot K_{jj} \cdot N_{in} \}^{-1} \\ N_{in}, (jm) &= \{ \delta_{in}^T, 0, 0, \delta_{jm}^T, \delta_{in}^T, \delta_{jm}^T \}_{in, (jm)}^P \end{aligned}$$

であり, i は N, M_j, M_n, M_y の組合せ降伏条件式を表わす。 μ_{in} , μ_{jm} が求まれば, 式(4)より δ^e が求まり, したがって, 式(3)から, 材端力が求まることになる。なお, i 端降伏 j 端弾性部材については式(4)の $\delta_i^e = \delta_j$, ($\mu_i = 0$) とし, i 端弾性 j 端降伏部材については $\delta_i^e = \delta_i$ ($\mu_i = 0$) として, 同様に基本式が誘導される。

なお, C. Oran の基本式を用いた場合には接線剛性行列を用いて, Newton Raphson法により, その他の基本式を用いた場合には割線剛性行列を逐次修正して, 任意の荷重値に対する収束解を求める方法をとった。

5. 解析手順 荷重強度 $P_{n,0}$ で, ある塑性化部材が発生し, さらに荷重強度が増加して, $P_{n,1}$ となって新たな塑性化部材が発生するまで, あるいは, 限界荷重陥のもとで, 全体座屈がおこるまでの大規模階に対する解析手順を示せば, つぎのようである。1) 任意の荷重強度 $P_{n,m}$ ($> P_{n,0}$) に対する材端力 S_{nm} , 節点変位 δ_{nm} の収束値を繰返し計算により求める。この際, 割線剛性法²⁾は割線剛性行列 K の, 接線剛性法³⁾は接線剛性行列 K_T の determinant も同時に計算し, こゝろが負になる場合には, 骨組の全体座屈がおこったものとみなし, 荷重値を変更しながら, 繰返し計算により座屈荷重陥の近似値を求め解析を終了する。2) 各材端で荷重倍数を計算し, 最小荷重倍数 k_{min} が 1 になるまで荷重強度を変更しながら, 1), 2) の手順を繰返す。なお, 上界近似の場合には, 塑性化部材が発生した後は, あらかじめ定められた一定荷重増分 ΔP を加えることにより荷重強度を変更する。3) $k_{min} \approx 1$ となった材端が降伏したように, その部材の剛性行列を修正し, 下界近似の場合にはベクトル移動量を求め, その再配分を行なう。以上の 1)~3) の手順を繰返してゆけば, 骨組は限界荷重陥のもとで全体座屈をおこすか, 荷重陥のもとで機構を形成して崩壊する。

6. 解析例 矩形ラーメンなどに対する 2, 3 の解析例を上界近似と下界近似との相異とか, 幾何学的非線形性を考慮した場合の影響などの比較をおこなって, 講演当りスライドで紹介する。

7. むすび 本研究で得られた結果を列挙すればつぎのようである。1) 接線剛性法と割線剛性法とでは, 前者のほうが一般に収束が速い。2) 非線形弾塑性解析で座屈崩壊のおこるような場合には, 線形弾塑性解析よりもかなり低い耐荷力を示す。3) 非線形解析では, 用いる基本式によつてかなり差が生ずる場合があり, より厳密な基本式を用いる必要があるものと思われる。4) 上界近似の場合, 文献¹⁾のような荷重強度の変更方法をとった場合には, 本解析で用いたような下界近似にくらべて, 繰返し計算回数が多くなり, 演算時間の面では不利な結果となったが, ベクトル移動に伴う計算過程が不要なため, 解析方法ならびにプログラム作成上では, 上界近似のほうが有利と思われる。両者ともに一長一短があり, 優劣はつけがたい。5) 球状降伏条件式を用いた場合には, 上界近似による解析結果と下界近似による解析結果はよく一致した。しかし, 若干, 解析例が複雑になると, 多少崩壊過程ならびに耐荷力に差が生じる。

参考文献

- 1) 児嶋弘行, 平尾潔, 吉崎和人: 「巾げと軸力との相関関係を考慮した平面骨組の弾塑性解析について」昭和50年度中四支部講演会講演集
- 2) R.K. Livesley: "Matrix Method of Structural Analysis", Pergamon Press Ltd. 1964
- 3) C. Oran: "Tangent Stiffness in Space Frames" Proc. ASCE, Vol. 99, ST6, 1973