I-74　二軸曲げ、軸力およびねじりを受ける箱形断面部材の弾塑性性状について

東北大学工学部　正員　倉西　茂
〃　〃　○矢吹 哲哉
住友金属工業(株)　〃　雨宮 良夫

1、まえがき

トラスおよびアーチ等の構造物は最近ますます巨大化していることから 特にそれらの弾塑性性状を把握しようとする場合には立体構造物として取り扱う必要があるものと思われる。このような場合、部材には一般荷重が複雑な荷重経路で載荷されさらに変形の影響等も加わりこれらの要素を定量的に把握することは非常に困難なこととなる。従ってここではある部材断面の理想的な状態の下での理想的な荷重経路に従って載荷した場合、断面が一部塑性化した状態で断面が持つ抵抗断面力について数値計算を行い剛性の減小率の形でまとめることにより一般荷重をうける箱形断面部材の弾塑性性状について基礎的なデーターを得ようとするものである。

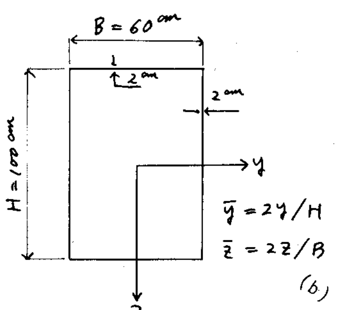
2、解析方法

ここでは断面が一部塑性化した場合の応力－ひずみ方程式として応力と全ひずみを対応させた方程式を用いる解析方法および、応力とひずみ増分を対応させた解析方法を用いている。前者の方法により除荷の影響も解析している。ここで断面の塑性化の判定はMisesの降伏条件式に従うものとしている。

応力と全ひずみを対応させた場合

この場合には、断面の塑性化がねじり剛性におよぼす影響は無視している。y軸およびz軸まわりの曲率の無次元量を $\bar{\Phi}_y=\Phi_y EH/2\sigma_Y$，$\bar{\Phi}_z=\Phi_z EB/2\sigma_Y$ 伸縮ひずみおよび残留ひずみの無次元量を $\bar{\varepsilon}_0=\varepsilon_0 E/\sigma_Y$，$\bar{\varepsilon}_r=\varepsilon_r E/\sigma_Y$ とすれば一般ひずみは次式で表わされる。

$$\bar{\varepsilon}=\bar{\Phi}_y\cdot\bar{z}+\bar{\Phi}_z\cdot\bar{y}+\bar{\varepsilon}_0+\bar{\varepsilon}_r \quad\text{———}\quad (1)$$



従って応力は次式で与えることができる。

$$\bar{\sigma}=\begin{cases}\bar{\varepsilon} & : \ \bar{\varepsilon}^2+\bar{\gamma}^2<1\\ \sqrt{1-\bar{\gamma}^2} & : \ \bar{\varepsilon}^2+\bar{\gamma}^2\geq 1\\ \bar{\sigma}_0-(\bar{\varepsilon}_0-\bar{\varepsilon}) & : \ \text{除荷の場合}\end{cases} \quad\text{———}\quad (2)$$

ここに $\bar{\gamma}$ はせん断ひずみを無次元化した値 ($\gamma\sqrt{3}G/\sigma_Y$) 又 $\bar{\sigma}_0$, $\bar{\varepsilon}_0$ は1step前の応力およびひずみを表わしている。

(2)式より各断面力は次式で表わされる。

$$\left.\begin{aligned}\bar{M}_y&=\sum\sum\bar{\sigma}\,\bar{z}\,\Delta\bar{A}\\ \bar{M}_z&=\sum\sum\bar{\sigma}\,\bar{y}\,\Delta\bar{A}\\ \bar{N}&=\sum\sum\bar{\sigma}\,\Delta\bar{A}\end{aligned}\right\}\text{———}(3)$$

ここに $\Delta\bar{A}$ は断面の分割要素面積を全断面積で除して無次元化した値である。

従って(3)式より各剛性の減小率は次式で表わすことができる。

表－1

$\bar{\Phi}_y$ ＼ $\bar{N}_0$ (Rstio)	ν dis-loading/ν₀					μ dis-loading/μ₀				
	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
0.2	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
0.6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
1.4	1.16	1.0	1.0	1.0	1.0	0.98	1.0	1.0	1.0	1.0
1.8	1.17	1.04	1.0	1.0	1.0	0.98	0.98	1.0	1.0	1.0
2.2	1.19	1.09	1.0	1.0	1.0	0.98	0.98	1.0	1.0	1.0
2.6	1.21	1.12	1.0	1.0	1.0	0.98	0.97	1.0	1.0	1.0
3.0	1.28	1.14	1.0	1.0	1.0	0.98	0.97	1.0	1.0	1.0

$$
\left.
\begin{aligned}
\mu &= \bar{M}_y / \bar{\Phi}_y \\
\nu &= \bar{N} / \bar{\varepsilon}_0 \\
\lambda &= \bar{M}_z / \bar{\Phi}_z
\end{aligned}
\right\} \text{———} (4)
$$

応力とひずみ増分を対応させた場合

応力とひずみ増分の関係は次式で与えることができる。※1

$$
\left.
\begin{aligned}
\Delta\bar{\varepsilon} &= \frac{2}{3}\bar{\sigma}\,\Delta\lambda + \Delta\bar{\sigma} \\
\Delta\bar{\gamma} &= 2\bar{\tau}\,\Delta\lambda\frac{G}{E} + \Delta\bar{\tau}
\end{aligned}
\right\} \text{—} (5)
$$

塑性域の場合は次式に示すMises の降伏条式に制約されることから

$$
\left.
\begin{aligned}
\bar{\sigma}^2 + \bar{\tau}^2 &= 1 \\
\bar{\sigma}\Delta\bar{\sigma} + \bar{\tau}\Delta\bar{\tau} &= 0
\end{aligned}
\right\} \text{—} (6)
$$

(6)式より$\Delta\lambda$ を消去してまとめると結局次に示す応力－ひずみ増分の関係が求まる。

$$
\left.
\begin{aligned}
\Delta\bar{\sigma} &= (1-e_1)\Delta\bar{\varepsilon} + e_2\Delta\bar{\gamma} \\
\Delta\bar{\tau} &= e_3\Delta\bar{\varepsilon} + (1-e_4)\Delta\bar{\gamma}
\end{aligned}
\right\} \text{-} (7)
$$

弾性域：$e_1 = e_2 = e_3 = e_4 = 0$

塑性域：$C = \bar{\sigma}^2(E/3G-1)+1,\ e_1 = \bar{\sigma}^2 E/3GC$

$e_2 = -\bar{\sigma}\bar{\tau}E/3GC,\ e_3 = -\bar{\sigma}\bar{\tau}/C,\ e_4 = \bar{\tau}^2/C$

3、結果および考察

計算は軸力、弱軸曲げおよびねじりモーメントを一定にし、強軸曲げを単調増加した場合について行った。表－1には除荷の影響が示されているが、ここで行った仮定の下では顕著ではない。図－1，－2には強軸まわりの曲げ剛性および伸縮剛性の減小率が示され塑性化が始まる附近で変動が著しい事が解る。又図－3には増分と全ひずみ理論の対比を示した。以上若干の計算例を示したが荷重経路の重要性※2には充分注目しなければならない。又塑性化に伴う剪断中心の移動は断面の塑性化の部分の肉厚を(4)式で示した剛性の減小率に応じて変化させて求めることにより大略の値を知ることができると著者等は考えている。

※1 山田嘉昭：「塑性力学」

※2 Komatsu, S & Sakimoto, T ： Proc. of JSCE, No. 235