

名古屋大学 正員 福本晴士  
IHI 正員 ○山崎康嗣

1. はじめに

近年、構造物の大型化やそれに伴う架設の大アロップ化が進むにつれ、大スパンの桁を吊り上げる機会が多くなった。製作、架設時における吊り上げられ桁の横方向強さは、完成時のそれと比べて弱点多く、桁全体としての死荷重による横倒れ不安定が生じやすくなる。また、桁の横倒れ座屈についての研究は古くより多くなされているが、吊り上げという境界条件のもとでの研究はあまり見当たらない。

本研究は、このような状況のもとで、桁の吊り上げ時の横倒れ座屈の問題について、数値解析を行ない、吊り位置および吊り方と座屈強度との関係を明らかにしようとしたものである。

2. 基礎微分方程式

I形2軸対称断面桁の変形前の位置及び作用する荷重を図-1に示す。荷重が作用し桁が鉛直下方に $V_0$ 変位しその後座屈すると、断面は水平方向に $U$ 、鉛直方向に $V$ 変位し、かつ $\phi$ 回転する。そして、このときの基礎微分方程式は次式のようなる。

$$E I_x K_x' = N_y \quad (1)-1$$

$$E I_y K_y' = N_x + E I_x K_x \phi' \quad (1)-2$$

$$(GJ + N_z l^2) \phi'' - E I_w \phi''' = -E I_x K_x K_y \quad (1)-3$$

これらの3式は、それぞれX軸方向、Y軸方向のせん断力のつり合い及びZ軸まわりのねじりモーメントの増分のつり合いを表わしたものである。

3. 境界条件

吊り上げ時桁が横倒れ変形し、吊り上げ点において桁があるねじり角 $\phi_0$ 回転すると、ねじり角 $\phi_0$ に応じた抵抗ねじりモーメントが生じる。したがって、吊り上げ点における桁断面のねじれに対する境界条件は次式のようなる。

$$(GJ + N_z l^2) \phi_0' - E I_w \phi_0''' = T \frac{\phi_0}{2} \quad (2)$$

ここで、 $T \frac{\phi_0}{2}$ は抵抗ねじりモーメントである。(記号は図-2参照)

4. 数値解析

数値解析には有限積分法を用いる。この方法は、分割点の変位の導関数などを未知量にとり、それより低次の導関数あるいは変位そのものをこれらの導関数より近似するという、差分法と全く逆の方法であり、今回のような研究には非常に有効な方法である。

図-3に示すような等断面の桁が横倒れ座屈をするときの解析を行う場合、式(1)-1~3の基礎微分方程式よりねじり角に関する支配方程式を導き、それと桁端と桁の中央点および吊り上げ点における境界条件を考慮して有限積分法を用いることにより行列表示する。そして、その係数行列を零にするにより固有値すなわち座屈荷重

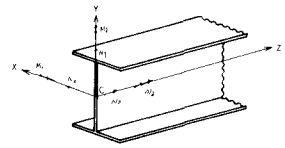


図-1

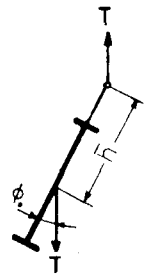


図-2

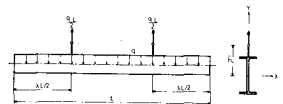


図-3

$$\delta l = \gamma \sqrt{\frac{GJ \cdot E I_y}{L^2}} \quad (3)$$

ε、任意のねじりパラメータ  $\frac{GJ \cdot L^2}{EI_w} (= \frac{C_L L^2}{C_I})$  について求めることができる。  
 このとき、ねじり角φに関する境界条件は、座屈形が対称形と逆対称形の2通りが考えられるので、桁の中央点においては次式のように2通りの式になる。

$$\phi' = 0 \quad GJ \phi' - EI_w \phi'' = 0 \quad \text{----- 対称形}$$

$$\phi = 0 \quad \phi'' = 0 \quad \text{----- 逆対称形}$$

そして、これらの2通りの座屈形に対応する座屈強度のうち、値の小さい方が座屈強度として意味をもつことになる。

### 5. 数値計算結果

数値計算は、図-3に示すような左右対称の任意点で真直に吊り上げられた等断面桁および図-4に示すような斜めに吊り上げられた等断面桁について行った。このとき、斜めのケーブルが水平方向となる角は  $\frac{\pi}{8}$ 、 $\frac{\pi}{4}$ 、 $\frac{\pi}{8}$  の3通りについて行ない、座屈荷重はねじりパラメータ  $\frac{GJ \cdot L^2}{EI_w} (= \frac{C_L L^2}{C_I})$  の値が 0.4 ~ 400 の間の任意の値について計算した。

図-5は、桁を両端で真直に吊り上げられた場合のねじりパラメータと座屈荷重との関係を示したものである。図-6は、ねじりパラメータが16の桁を左右対称の任意点で真直に吊り上げられた場合の、吊り上げ位置と座屈荷重およびそれに対応する座屈形との関係を示したものである。吊り上げ位置が中央点に近づくほど逆対称形の座屈形で座屈することがわかる。また、図-7は、ねじりパラメータが16の桁を左右対称の任意点で、斜めにケーブルで吊り上げられた場合の、吊り上げ位置と座屈荷重との関係を示したものである。

そして、これらの図及び計算より以下の結果が得られた。

- ① 桁を吊り上げる場合、真直なケーブルのときも斜めのケーブルを用いるときも、桁スパンを1:2:1に分割する点で吊り上げるときに、最も強度が期待できる。
- ② 桁をスパンの1:2:1点より外側で吊り上げる場合は、対称座屈形で座屈し、このときの座屈強度は真直に吊り上げるときに最も大きく、斜めのケーブルの角度が水平になるにつれて小さくなる。
- ③ 桁をスパンの1:2:1点より内側で吊り上げる場合、吊り方、吊り位置および桁のねじりパラメータにより座屈形が複雑に変化し、座屈荷重もそれに対応して複雑に変化する。

### (参考文献)

- (1) Johansson, B. "Lateral Stability of I Beam during Lifting", Building Statics and Structural Engineering, The Royal Institute of Technology, Stockholm
- (2) Trahan, N. S., and Wodcock, S. T. "Effect of Major axis Curvature of I Beam Stability", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 99 No. EM1 Feb. 1973 PP 9548-9562
- (3) Brown, P. T., and Trahan, N. S. "Finite Integral Solution of Differential Equations" Civil Engineering Transaction, Institute of Engineers, Australia, Vol. CE10, No. 2 Oct. 1968, P. 193

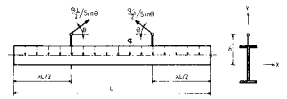


図-4

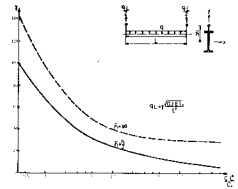


図-5

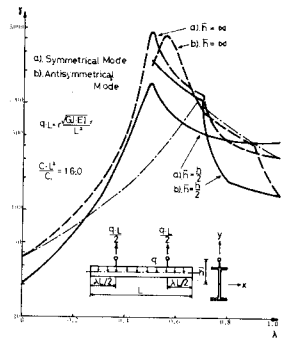


図-6

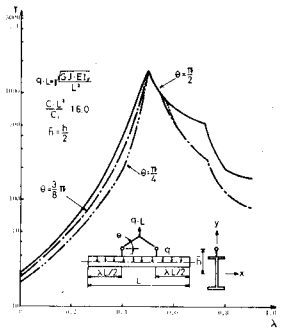


図-7