

山口大学 正員 〇會 田 忠 義
 〃 学生員 波 木 健 一

1. まえがき

一般の構造物の弾性安定解析では、これまでほとんど保存系の問題として取り扱われてきたが、水圧や空気圧などの流体力を受ける骨組構造物は非保存系として弾性安定性の検討が必要となる場合がある。弾性安定解析において、非保存的問題として取り扱う力学系をH. Ziegler は次の三つに分類している。

- ① 散逸系 (減衰力などが作用する系)
- ② 循環系 (従動力などの循環力が作用する系)
- ③ 非定常系 (周期力などが作用する系)

これらの系について、連続体の力学を用いた研究、集中質量系であるZieglerの標準モデルによる研究、あるいは差分法を用いた研究など多くの研究がこれまでになされている。しかし、トラス、アーチあるいはラーメンなどの一般的な骨組構造物についての非保存系としての弾性安定解析はあまり行われていない現状である。

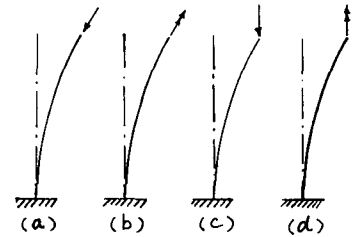


図-1.

本研究はこれらの骨組構造物を対象とし、循環系、特に、図-1 (a), (b) および (d) のような従動力あるいはねじりモーメントなどの非保存力を受ける系について、弾性安定解析を試みたものである。上記のような非保存系の弾性安定解析には動的解析法を用いなければならぬことは周知の通りである。本研究もこれに従い、線形化した有限変形理論を用い、変形法による弾性座屈理論を応用拡張した解析理論によった。動的解析法を用いるに当り、本研究では、減衰力の影響を無視した。また解析に当り、次の仮定を入れた。① 外力はすべて構造物の節点に作用する。② 外力はすべて一定の割合で漸変する。③ 外力は質量をもたない。④ 内力はすべて弾性限内にある。⑤ 局所的な不安定解析は生じない。⑥ 構造物の質量はすべて節点に集中させる。⑦ 骨組については骨組構造物一般の仮定が成立する。

2. 運動方程式

安定な状態では微小な外乱に対して、微小振幅の運動方程式が成立するが、外力の強度がある大きさに達した場合、微小な外乱により生じていた微小振動変位が時間の経過とともに増大し、微小振幅時の運動方程式が成立せず、有限振幅の運動方程式をたてねばならなくなる場合が起る。ここで、不安定状態とは振動変位が時間の経過とともに無限大になる状態を指示することとする。

(微小振幅時の運動方程式) …… 構造物の節点*i*に作用する外力ベクトルを P_{oi} 、節点*i*の変位ベクトルを d_i 、この中で、外力による非周期変位を d_{oi} 、振動変位ベクトルを \bar{d}_i とする。さらに、節点*i*の座標ベクトルを f_i 、部材*i,j*の節点*i*における断面主軸の回転角を α_j とする。すると、節点*i*の微小振幅の運動方程式は次式で表わされる。

$$W_i \frac{d^2 \bar{d}_i}{dt^2} = - \sum_{j=1}^m T_{ij}(f_i, f_j, \alpha_j) N_{ij}(d_{oi} + \bar{d}_i, d_{oj} + \bar{d}_j, f_i, f_j, \alpha_j) - P_{oi} \quad (1)$$

式中、 W_i は節点*i*の質量マトリクス、 T_{ij} は座標変換マトリクス、 N_{ij} は部材*i,j*の*i*端における局部座標系での材端力ベクトルである。式(1)を骨組構造物の各節点に適用すると、一連の運動方程式が得られ、マトリクス表示すると、次式となる。

$$W \frac{d^2 \bar{d}}{dt^2} + K_1 (d_0 + \bar{d}) = -P_0 \quad (2)$$

W は構造物の質量マトリクス、 K_1 はスティフネスマトリクス、 P_0 は外力ベクトルである。

(有限振幅時の運動方程式) ……微小な外力により微小振動している状態で、外力の大きさを漸変させるうちに、ある一定の大きさ P_0 より微小な増加をしたとき、急激に時間とともに増加する振動変位が生じ、有限振幅振動の運動方程式が成立する状態になった場合を想定する。節点 i の変位の増加量(付加変位)を $\Delta \bar{d}_i$ とするとき、節点 i の運動方程式は近似的であるが、次式で表わされる。

$$W_i \frac{d^2}{dt^2} (\bar{d}_i + \Delta \bar{d}_i) = - \sum_{j=1}^m T_{ij} (f_{xi} + \Delta f_{xi}, f_{yj} + \Delta f_{yj}, \alpha_{ij} + \Delta \alpha_{ij}) N'_{ij} (d_{xi} + \bar{d}_i + \Delta \bar{d}_i, d_{yj} + \bar{d}_j + \Delta \bar{d}_j, f_{xi}, f_{yj}, \alpha_{ij}) - (P_{0i} + \beta_i \Delta \bar{d}_i) \quad (3)$$

ここで、 β_i は外力の作用方向の変化にともなう量で、 P_{0i} の関数である。

式(3)において T_{ij} および N'_{ij} を展開して $\Delta \bar{d}$ の1次の項のみを取り、新たに、 $\Delta \bar{d}$ を d とする。さらに、式(1)の関係をを用いると

$$W_i \frac{d^2 d_i}{dt^2} = - \sum_{j=1}^m T_{ij} N'_{ij} + \sum_{j=1}^m \{ H_{ij}(f_{xi}, f_{yj}, \alpha_{ij}, N_{0j} + \bar{N}'_{ij}) d_i + H_{ij}(f_{xi}, f_{yj}, \alpha_{ij}, N_{0j} + \bar{N}'_{ij}) d_j \} - \beta_i d_i \quad (4)$$

ここで、 N_{0j} は P_0 作用時の部材 ij の i 端の材端力ベクトル、 \bar{N}'_{ij} は微小振幅自由振動時の同部材端の材端力ベクトルである。 \bar{N}'_{ij} は N_{0j} に比べてごく小さいと考え、ここでは無視する。

今、構造物の臨界状態における節点 i の作用荷重 P_{0i} は基準荷重状態における荷重 \bar{P}_{0i} の P_0 倍であるとする。すなわち $P_{0i} = P_0 \bar{P}_{0i}$, $N_{0j} = P_0 \bar{N}_{0j}$ (5)

ここで、 \bar{N}_{0j} は基準荷重状態における部材 ij の i 端の材端力ベクトルである。すると式(4)は次式となる。

$$W_i \frac{d^2 d_i}{dt^2} = - \sum_{j=1}^m T_{ij} N'_{ij} - P_0 \sum_{j=1}^m \{ H_{ij}(f_{xi}, f_{yj}, \alpha_{ij}, \bar{N}_{0j}) d_i + H_{ij}(f_{xi}, f_{yj}, \alpha_{ij}, \bar{N}_{0j}) d_j \} - P_0 \beta_i d_i \quad (6)$$

式(6)を構造物の各節点に適用することにより、一連の運動方程式が得られ、これをマトリクス表示すると、

$$W \frac{d^2 d}{dt^2} + P_0 K_3 d + P_0 K_4 d + K_1 d = 0 \quad (7)$$

ここで、 K_3 は基準荷重状態の初期応力マトリクス、 K_4 は基準荷重を含むマトリクスである。

3. 限界荷重の算定

式(7)の付加変位 d を $d = \bar{d} e^{i\omega t}$ で表わすとき、 $\bar{d} = 0$ とは異なる解をもつためには、次の行列式がゼロでなければならない。

$$|K_1 + P(K_3 + K_4) + \omega^2 W| = 0 \quad (8)$$

ω が正の実根の場合には不安定 (divergence)、 ω が負の実根の場合には安定、 ω が共役複素根の場合には不安定

(flutter) となる。ここでは、 ω^2 が負の実根より正の実根にあるいは共役複素根に変化する限界を求める。

4. 計算例

断面 4.0×0.2 、柱長 80 cm のアルミニウム柱を11節点からなる集中質量系に置換し、図-3の境界条件と荷重状態について、限界値 $\eta = PL^2/EI$ ($\eta = 8l^3/EI$) を算出した結果を図-3に示した。

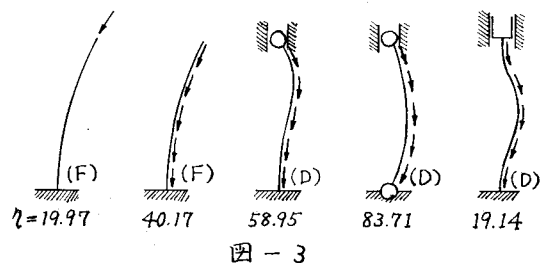
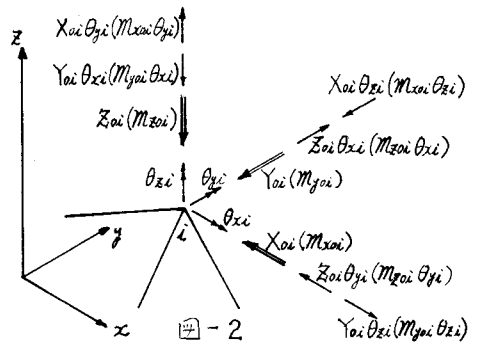


図-3