

信州大学工学部 正員 谷本勉之助
 信州大学工学部 正員 夏目正太郎
 信州大学工学部 〇学生員 清水博

1. はじめに

本解析は、三次元弾性応力解析に関して、漸化変形法を用いて、有限要素法プログラミングを行なおうとしたものであるが、この際、有限要素法解析において、全く独自の、節点における応力釣合という方法をとっている。この独自の解析方法から発生する、様々な問題点に対して、幾多の考察を断ない解析法の確立を願ったのであるが、展望は開けず、この解析法を放棄せざるを得なくなったことは全く無念としか表現できない。しかしながら、薄板平板の曲げに取り込んだ、この解析法の数値結果は、多分に期待の持てるものが得られているので、数値比較の容易に行なうことのできる、対称円板についての結果を、この後、数種まとめたと思う。

2. 解析

三次元弾性応力解析において、変形量を U 、応力を V と表わす。 U 、 V は具体的に次のようになる。

$$U = \{ u, v, w \} \quad V = \{ \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy} \} \quad (1)$$

次に、応力とひずみに関するフックの法則から、応力と変形量の関係は次のように求まる。

$$V = \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 2(1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial x^2} & 2\nu\frac{\partial^2}{\partial x\partial y} & 2\nu\frac{\partial^2}{\partial x\partial z} \\ 2\nu\frac{\partial^2}{\partial x\partial y} & 2(1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial y^2} & 2\nu\frac{\partial^2}{\partial y\partial z} \\ 2\nu\frac{\partial^2}{\partial x\partial z} & 2\nu\frac{\partial^2}{\partial y\partial z} & 2(1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial z^2} \\ 0 & (1-2\nu)\frac{\partial^2}{\partial y\partial z} & (1-2\nu)\frac{\partial^2}{\partial x\partial z} \\ (1-2\nu)\frac{\partial^2}{\partial x\partial z} & 0 & (1-2\nu)\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ (1-2\nu)\frac{\partial^2}{\partial y\partial z} & (1-2\nu)\frac{\partial^2}{\partial x\partial z} & 0 \end{bmatrix} U \quad (2)$$

従って応力方程式と(2)式から、次の微分方程式を導くことができる。

$$\begin{bmatrix} 2(1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial x^2} + (1-2\nu)(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}), & \frac{\partial^2}{\partial x\partial y} & , & \frac{\partial^2}{\partial x\partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y} & , & 2(1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial y^2} + (1-2\nu)(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}), & \frac{\partial^2}{\partial y\partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial z} & , & \frac{\partial^2}{\partial y\partial z} & , & 2(1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial z^2} + (1-2\nu)(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \end{bmatrix} U + \frac{2(1+\nu)(1-2\nu)}{E} K = 0 \quad (3)$$

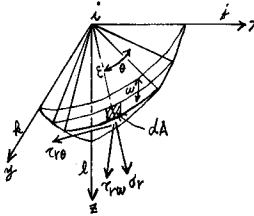
$K = \{ X, Y, Z \}$: 物体力

(3)式を満足する変位形状関数を要素を直方体にとって、次のように定義できる。

$$W = \begin{bmatrix} 1 & x & y & z & xy & yz & z^2 & xyz & 0 & 0 & 0 & -xz & 0 & 0 & -\frac{1}{6(1-2\nu)}z^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4(1-\nu)xy & -\frac{1}{6(1-2\nu)}z^3 & 1 & x & y & z & yz & zx & y^2 & xyz \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -yz & 0 & 0 & -\frac{1}{6(1-2\nu)}y^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4(1-\nu)yz & -\frac{1}{6(1-2\nu)}x^3 \end{bmatrix} \times \frac{2(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \begin{bmatrix} 0 & 0 & xz \\ xy & 0 & 0 \\ 0 & yz & 0 \end{bmatrix} K \quad (4)$$

(4)式を(2)式に代入すれば、応力 σ が得られる。

次に図のように、節点 i を中心として半径 ϵ の球を考え、その球面上での応力の釣合を取る。その時、節点 i での集積量 W^i は次のように得られる。

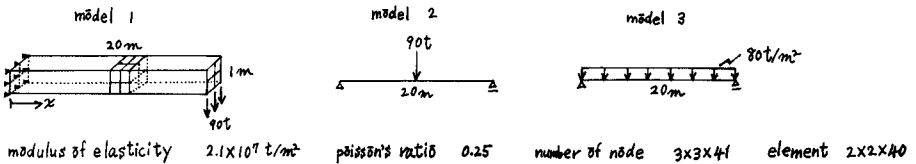


$$W^i = \begin{bmatrix} f_x = \sum_A (\sigma_r)_x + \sum_A (\tau_{r\theta})_x + \sum_A (\tau_{r\phi})_x \\ f_y = \sum_A (\sigma_r)_y + \sum_A (\tau_{r\theta})_y + \sum_A (\tau_{r\phi})_y \\ f_z = \sum_A (\sigma_r)_z + \sum_A (\tau_{r\theta})_z + \sum_A (\tau_{r\phi})_z \end{bmatrix}^i$$

$$= \iint_{(A)} \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot \cos\phi & 0 & 0 & 0 & \sin\theta & \sin\theta \cdot \cos\phi \\ 0 & \sin\theta \cdot \cos\phi & 0 & \sin\theta & 0 & \cos\theta \cdot \cos\phi \\ 0 & 0 & \sin\theta & \sin\theta \cdot \cos\phi & \cos\theta \cdot \cos\phi & 0 \end{bmatrix} \times \sigma^i \epsilon^2 d\theta d\phi \quad (5)$$

(5)式から i 節点の釣合を考え、最終的に、三軸剛性マトリックスが得られる。

3. 計算結果



	x (m)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
節点変位 (mm)	E.T.B	0.0	0.001646	0.006308	0.01358	0.02304	0.04286	0.05924	0.07928	0.09654	0.1166	0.1371
	F.E.M	0.0	0.001828	0.006968	0.01506	0.02574	0.03864	0.05338	0.06940	0.08693	0.1050	0.1234
	E.T.B	0.0	0.002537	0.004869	0.006789	0.008092	0.008571	0.008092	0.006789	0.004869	0.002537	0.0
	F.E.M	0.0	0.002276	0.004405	0.006143	0.007328	0.007774	0.007328	0.006143	0.004405	0.002276	0.0
	E.T.B	0.0	0.02990	0.05657	0.077465	0.09071	0.09525	0.09071	0.077465	0.05657	0.02990	0.0
	F.E.M	0.0	0.02793	0.05275	0.07218	0.08452	0.08876	0.08452	0.07218	0.05275	0.02793	0.0
モーメント (mm)	E.T.B	-1800	-1620	-1440	-1260	-1080	-900	-720	-540	-360	-180	0
	F.E.M	-1724	-1552	-1377	-1203	-1029	-855	-681	-509	-357	-159	-13
	E.T.B	0	90	180	270	360	450	360	270	180	90	0
	F.E.M	18	95	182	267	356	435	341	253	166	80	18
	E.T.B	0	1440	2560	3360	3840	4000	3840	3360	2560	1440	0
	F.E.M	333	1544	2630	3400	3855	3993	3796	3284	2458	1313	333

4. あとがき

本解析法で得られた結果は、立方体要素に関してのみ正確であったが、一方向に4%程度の長さの相違がある場合、おおよそ値は2倍にも達し分割によって発散していく。なお、電算機は、信州大学データステーションを経由して東大大型計算機センターのHITAC 8800/8700を利用しました。