

川崎重工業(株) 正員 坂井 藤一
 ○長井 正嗣

1. ま え が き

箱げた橋の立体挙動の把握は構造の大型化に伴い重要な問題となる。箱げた橋の立体解析手法としては、はり理論による一次元的手法と有限要素法による三次元的手法が考えられる。前者は衆知のとおり断面形状不変の仮定に基づくものでありその限りにおいては有効であるが、厳密な意味では立体解析と言えない。後者は局部的な現象を含めて現実の挙動を忠実に把握することができるが、計算機の容量、時間、費用等の問題が残る。全体挙動の解析には実用的でない面がある。

さて、両解法の中間的位置にV. Z. Vlasovの提案した一般化座標法^[1]による解析がある。この手法ははり理論の拡張であるとともに一種の有限要素法とも見られ、はり理論と同様の仮定に立ちつつ断面変形挙動なども比較的簡単に考慮しようという利点がある。

本論は、ダイヤフラム、対傾構、横桁等の剛性を考慮した箱げた橋の立体解析手法を論ずるものであり、一般化座標法により3次元問題を1次元問題に変換した上で有限要素法定式化をおこなった結果として、一種のブロッツ要素が開発された。

2. 解析手法

一般化座標法によりFig. 1に示す基本断面形状に対して基礎微分方程式を誘導する。(詳細は省略)。用いた一般化座標をFig. 2に示す。 $\phi^{(1)}$, $\phi^{(2)}$ はセン断遅れを考慮するために導入した一般化座標である。



FIG.1 基本断面形状

2-1 基礎方程式

$$E \begin{bmatrix} A(z) \\ 9 \times 9 \end{bmatrix} \cdot \{U'(z)\} - G \begin{bmatrix} B(z) \\ 9 \times 9 \end{bmatrix} \cdot \{U(z)\} + \begin{bmatrix} C(z) \\ 9 \times 4 \end{bmatrix} \cdot \{V(z)\} + \{P(z)\} = \{0\} \quad \dots (2-1)$$

$$G \begin{bmatrix} D(z) \\ 4 \times 4 \end{bmatrix} \cdot \{U'(z)\} + \begin{bmatrix} E(z) \\ 4 \times 4 \end{bmatrix} \cdot \{V(z)\} + \{Q(z)\} = \{0\} \quad \dots (2-2)$$

ここで $[A(z)]$, $[B(z)]$, \dots は剛性をあらわすマトリックス; $\{U(z)\}$, $\{V(z)\}$ は一般化変位ベクトル; $\{P(z)\}$, $\{Q(z)\}$ は一般化カベクトルである。また、 $()' = d()/dz$ を意味する。

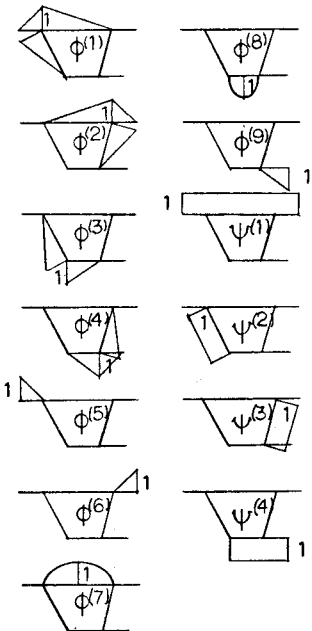


FIG.2 一般化座標

2-2 有限要素法定式化

式(2-1), (2-2)の解法としては、たとえば差分法、伝達マトリックス法、フーリエ級数による解法が考えられる。しかしながら変断面げた、任意境界条件の場合にも一般性を有し、かつ実用的な手法としては有限要素法が最も秀れている。そこで有限要素法(ガレブキン法)を適用することにした。

今、部材軸(z軸)方向長さ l_{kn} の有限要素 $K \sim h$ を考える(Fig. 3)。そして試験関数を以下のように定義する。

$$\{U(z)\} = w^{(1)}(z) \cdot \{U^{(k)}\} + w^{(2)}(z) \cdot \{U^{(h)}\} \quad \dots (2-3)$$

$$\{V(z)\} = w^{(1)}(z) \cdot \{V^{(k)}\} + w^{(2)}(z) \cdot \{V^{(h)}\} \quad \dots (2-4)$$

ここで、 $w^{(1)}(z) = 1 - l_{kn}/z$, $w^{(2)}(z) = l_{kn}/z$ であり、重み関数である。

式(2-1), (2-2)に式(2-3), (2-4)の試験関数を用いてガレルキン法^[2]を適用する。

$$\int_0^{l_{kh}} [E[A]\{U'\} - G([B]\{U\} + [C]\{V'\}) + \{P\}] \cdot w^{(l)}(z) dz = 0 \quad l = 1, 2, \dots \quad (2-5)$$

$$\int_0^{l_{kh}} [G([C]^T\{U\} + [D]\{V'\}) + \{Q\}] \cdot w^{(l)}(z) dz = 0 \quad l = 1, 2, \dots \quad (2-6)$$

さて, 式(2-5), (2-6)から部分積分を用いて,

$$E[A]\{U'\} \cdot w^{(l)} \Big|_0^{l_{kh}} - \int_0^{l_{kh}} \{E[A]\{U'\} \cdot w^{(l)} + G([B]\{U\} \cdot w^{(l)} + [C]\{V'\} \cdot w^{(l)}) + \{P\} \cdot w^{(l)}\} dz = 0 \quad l = 1, 2, \dots \quad (2-7)$$

$$G([C]^T\{U\} + [D]\{V'\}) \cdot w^{(l)} \Big|_0^{l_{kh}} - \int_0^{l_{kh}} \{G([C]^T\{U\} \cdot w^{(l)} + [D]\{V'\} \cdot w^{(l)}) + \{Q\} \cdot w^{(l)}\} dz = 0 \quad l = 1, 2, \dots \quad (2-8)$$

をうる。端部外力 $\{\bar{P}^{(l)}\}$, $\{\bar{Q}^{(l)}\}$ は式(2-7), (2-8)の第一項と次のような関係にある。

$$\left. \begin{aligned} E[A]\{U'\} \cdot w^{(l)} \Big|_0^{l_{kh}} &= \{\bar{P}^{(l)}\} \\ G([C]^T\{U\} + [D]\{V'\}) \cdot w^{(l)} \Big|_0^{l_{kh}} &= \{\bar{Q}^{(l)}\} \end{aligned} \right\} \quad l = 1, 2, \dots \quad (2-9)$$

よって,

$$\left. \begin{aligned} \{\bar{P}^{(l)}\} &= \int_0^{l_{kh}} \{E[A]\{U'\} \cdot w^{(l)} + G([B]\{U\} \cdot w^{(l)} + [C]\{V'\} \cdot w^{(l)}) + \{P\} \cdot w^{(l)}\} dz \\ \{\bar{Q}^{(l)}\} &= \int_0^{l_{kh}} \{G([C]^T\{U\} \cdot w^{(l)} + [D]\{V'\} \cdot w^{(l)}) + \{Q\} \cdot w^{(l)}\} dz \end{aligned} \right\} \quad l = 1, 2, \dots \quad (2-10)$$

最終的には以下のような要素剛性マトリックス方程式を得る。

$$\begin{Bmatrix} \bar{P} \\ \bar{Q} \end{Bmatrix} = [K] \cdot \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} \quad \dots \quad (2-11)$$

ここで, $[K]$ は要素剛性マトリックスである。

2-3 変断面げたの取り扱い

通常の有限要素法における変断面げたの解析手法は, 等断面要素の剛性マトリックスをなんらかの基準となる点に関して変換をほどこして重ね合わせる手法を用いている。本論はこの種の煩雑さを避けるために次のような手法を用いた。すなわち剛性マトリックス $[A(z)]$, $[B(z)]$, \dots が要素間で線形変化すると仮定して解析した。たとえば,

$$[A(z)] = (1 - z/l_{kh}) \cdot [A^{(k)}] + z/l_{kh} \cdot [A^{(h)}] \quad \text{である。}$$

この結果, 要素剛性マトリックスの変換操作を必要とせず直接重ね合わせるだけでよい。

2-4 ダイアフラム(隔板), 付傾構(トラス), 横桁(はり, トラス)の取り扱い

ダイアフラムは4辺形形状を3つの角形膜要素の集合として扱い, 得られた剛性マトリックスに変換をほどこし重ねた系の剛性マトリックスに重ね合わせる。トラス, はり, 枝も通常の有限要素法(ないしは変形法)で得られる剛性マトリックスに変換をほどこし, ダイアフラムと同様に扱うことができる。

3. 結果 および 考察

以上, Vlasovの一般化座標法より得られた式を有限要素法定式化することにより, 断面変形ヤセン断遅れを含む箱げたの立体解析をおこなう手法を示した。このような手法により任意の支承条件, 断面形状を有する箱げたの複雑な挙動を比較的簡単に解析することができる。この場合, Fig. 1に示す基本断面形状のみならず多室箱げたまで解析しうる。数値計算結果については当日スライドにて発表する。

参考文献: [1], V. Z. Vlasov "薄肉弾性はりの理論" 奥村他訳, 投報堂, 1967; [2], 奥村, 坂井 "薄肉平板より成る立体的構造物の静力学的解析に関する一方法とその応用" JSC E, 176号

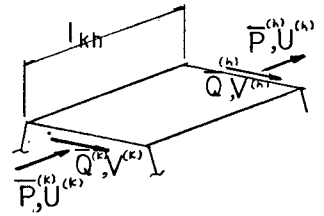


FIG.3 有限要素K-h