

東京工業大学 正員 吉田 裕  
 東京工業大学 正員 増田 陳紀  
 東京工業大学 学生員 澤 正

§ 1 はじめに

本報告は、図1に示すような、両端を単純支持された2枚の相対する板が水平樑部材で補剛されて構成される、コンクリートの型枠または水圧を受ける海中構造物に固定される構造物に、等変分布荷重が作用するときの板の応力解析を行なった過程および結果を報告するものである。対象とする構造物の寸法、材料定数、断面係数は図1に示すとおりである。また板の境界条件は両側2辺が単純支持、上下2辺が自由である。以下に解析過程および結果を具体的に示す。

§ 2 解析過程および解析結果

解析は次のように行なった。

(i) 上縁で  $q=0$ 、下縁で  $q=q_0$  なる等変分布荷重が作用する2辺単純支持、2辺自由の長方形板の解は式(1)のよう求められる。解に対応する板の曲げモーメント  $M_x$  の分布を図示したものが図3である。

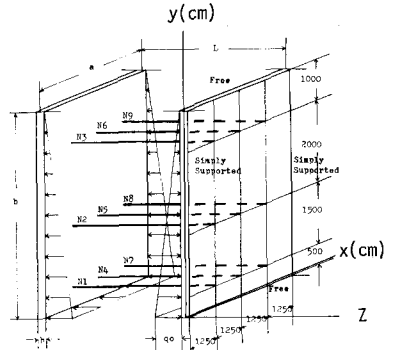
(ii) 水平樑部材が挿入される位置 ( $x=\xi_i, y=\eta_i$ ; 図1参照) ( $i=1\cdots 9$ ) の各点に集中荷重  $P$  が作用するときの長方形板の解は式(2)のよう求められる。解に対応する曲げモーメント  $M_x$  の1例を図4に示す。

(iii) 式(1)から与えられた荷重(等変分布荷重)が作用する場合の板の変位分布が得られ、式(2)から板と水平樑部材との結合点における撓性影響係数 ( $\delta_{ij}$ :  $j$  点に単位の荷重が作用するときの  $i$  点の変位) が得られるから、水平樑部材の部材力  $N_i$  を未知変数として変位の適合条件式を式(3)のように立てることが出来る。したがって、式(3)を解くことにより、各樑部材の部材力を求めることが出来る。樑の剛性  $EA/L$  (ここでは、全部材一定としている) をパラメーターとして水平樑部材の未知反力  $N_i$  を図示したものが図2である。

(iv) (i) で作られた、与えられた等変分布荷重に対する解と、各水平樑部材の反力  $N_i$  に対する解とを重ね合わせることによって、ここで対象とした水平樑部材で支持された矩形板の解を求めることが出来る。解析結果(樑部材の剛性  $EA/L=1.05 \times 10^6 \text{ kg/cm}$ ) を図に示す。図6は等たわみ線図、図5は等曲げモーメント  $M_x$  線図、図7は等曲げモーメント  $M_y$  線図、図8は等捩りモーメント  $M_{xy}$  線図である。構造および荷重条件の対称性から、板の半分についてのみ図示している。なお図3、図4における数値は図の上部に示した無次元化した係数  $\beta$  の値を表わしている。

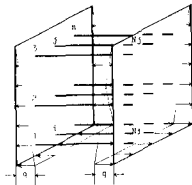
参考文献 1) 構造力学公式集; 土木学会編

2) Timoshenko, Krieger; Theory of Plates and Shells (McGraw-Hill)



L: 2000cm D:  $Eh^3/12(1-\nu^2)$   
 a: 5000cm  $a^2/2D: 0.00104 \text{ cm/Kg}$   
 b: 5000cm EA/L:  $1.05 \times 10^{**6} \text{ Kg/cm}$   
 $q_0: 1.0 \text{ Kg/cm}^{**2}$

図1



変位の適合条件式

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} + \frac{1}{2EA} & \delta_{12} & & & & \\ \delta_{21} & \delta_{22} + \frac{1}{2EA} & & & & \\ & & \delta_{33} + \frac{1}{2EA} & & & \\ & & & \delta_{44} + \frac{1}{2EA} & & \\ & & & & \delta_{55} + \frac{1}{2EA} & \\ & & & & & \delta_{66} + \frac{1}{2EA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{17} \\ \delta_{18} \\ \delta_{19} \\ \delta_{20} \\ \delta_{21} \\ \delta_{22} \end{bmatrix}$$

$\delta_{ij}$ :  $j$  点に与えられた荷重による着目点  $i$  の変位

$\delta_{ij}$ :  $j$  点に単位の集中荷重が作用したときの着目点  $i$  の変位

$N_i$ : 部材力

式(3)

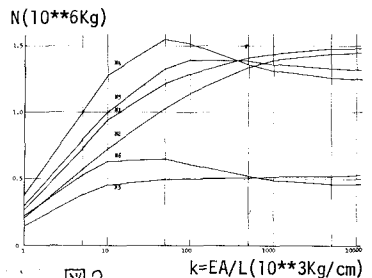
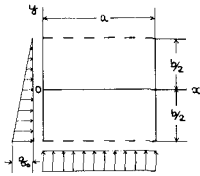


図2

相対する2辺が単純支持で他の2辺が自由な等変分布荷重を受ける長方形板の解



$$W = \frac{q_0}{\pi^2} \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{b} \right) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin \frac{m\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$Y_n = \frac{q_0 a^2}{D} \left( A_n \cosh \frac{n\pi x}{a} + B_n \frac{n\pi x}{a} \sinh \frac{n\pi x}{a} + C_n \sinh \frac{n\pi x}{a} + D_n \frac{n\pi x}{a} \cosh \frac{n\pi x}{a} \right)$$

$$A_n = \frac{2V}{m^2 \pi^2} \frac{(1+\nu) \sinh \beta_n - (1-\nu) \beta_n \cosh \beta_n}{(1-\nu) C (3+\nu) \sinh \beta_n \cosh \beta_n - (1-\nu) \beta_n^2}$$

$$B_n = \frac{2V}{m^2 \pi^2} \frac{\sinh \beta_n}{(3+\nu) \sinh \beta_n \cosh \beta_n - (1-\nu) \beta_n^2}$$

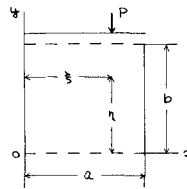
$$C_n = \frac{2}{m^2 \pi^2} \frac{[(3+\nu) \sinh \beta_n \cosh \beta_n - (1-\nu) \beta_n^2] \beta_n + \dots}{(3+\nu) \sinh \beta_n \cosh \beta_n + (1-\nu) \beta_n^2}$$

$$D_n = -\frac{2}{m^2 \pi^2} \frac{\sinh \beta_n (2-\nu) \beta_n + \cosh \beta_n \beta_n}{(3+\nu) \cosh \beta_n \sinh \beta_n - (1-\nu) \beta_n^2}$$

ここに  $\beta_n = \frac{m\pi b}{2a}$ ,  $m = 1, 3, 5, \dots$

式(1)

相対する2辺が単純支持で他の2辺が自由な  $\alpha = \xi$ ,  $\beta = \eta$  の点に集中荷重  $P$  が作用する長方形板の解



$$W = W_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \sin \frac{n\pi x}{a}$$

$$Y_n = \frac{P a^2}{D} \left( A_n \cosh \frac{n\pi y}{b} + B_n \frac{n\pi y}{b} \sinh \frac{n\pi y}{b} + C_n \sinh \frac{n\pi y}{b} + D_n \frac{n\pi y}{b} \cosh \frac{n\pi y}{b} \right)$$

$W_0$  は Navier の解の単一級数表示

$$W_0 = \frac{P}{(1-\nu) D a^2} \left[ (1-\nu) a^2 \cosh \alpha_m + (3+\nu) \sinh \alpha_m \right] F_1 + \dots$$

$$D_m = -\frac{(3+\nu) \sinh \alpha_m F_1 + (1-\nu) a^2 \sinh \alpha_m F_2}{(1-\nu) a^2 m^2 - (3+\nu) \sinh^2 \alpha_m}$$

$$A_m = -\frac{2}{1-\nu} B_m$$

$$C_m = \frac{(1+\nu) D_m - F_1}{1-\nu}$$

$$\alpha = \beta = \frac{m\pi b}{a}$$

$$F_1 = \frac{1}{\pi^2 m^2} \sin \frac{n\pi \xi}{a} \left[ H_1 + (2-\nu) \alpha^2 m^2 H_2 \right]$$

$$F_2 = \frac{1}{\pi^2 m^2} \sin \frac{n\pi \eta}{b} \left[ I_1 + (2-\nu) \alpha^2 m^2 I_2 \right]$$

$$H_1 = a_m \cosh \alpha_m \sinh \alpha_m - \frac{a}{b} \left( \coth \alpha_m \sinh \alpha_m - \cosh \alpha_m \right) - \alpha_m \frac{a}{b} \left( \coth \alpha_m \cosh \alpha_m - \sinh \alpha_m \right)$$

$$H_2 = \frac{a}{\pi m} \left[ b \left( \coth \alpha_m \cosh \alpha_m - \sinh \alpha_m \right) - \cosh \alpha_m \sinh \alpha_m \right]$$

$$I_1 = \cosh \alpha_m \left( a_m \frac{a}{b} \cosh \alpha_m + 2 \sinh \alpha_m - a_m \coth \alpha_m \sinh \alpha_m \right)$$

$$I_2 = \frac{a}{\pi m} \cosh \alpha_m \left( \coth \alpha_m \sinh \alpha_m - \frac{a}{b} \cosh \alpha_m \right)$$

$$\alpha = \beta = \lambda = b/a$$

$$W_0 = \frac{P a^2}{\pi^2 D} \sum_{m=1}^{\infty} \left( 1 + \alpha_m \coth \alpha_m - \frac{a_m \coth \alpha_m}{b} - \frac{a_m \coth \alpha_m}{b} \right) \frac{\sinh \alpha_m \frac{x-\xi}{a} \sinh \alpha_m \frac{y-\eta}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}}{m^2 \sinh \alpha_m}$$

$$\xi \geq \eta : y_1 = b - \eta$$

$$\xi < \eta : y_1 = b - \eta$$

式(2)

MOMENT-Mx (Mx: qAa\*\*2)

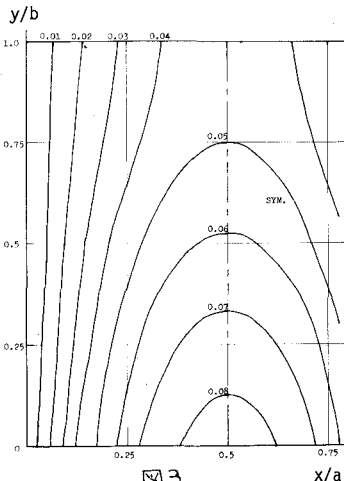


図3

MOMENT-Mx (Mx: pP)

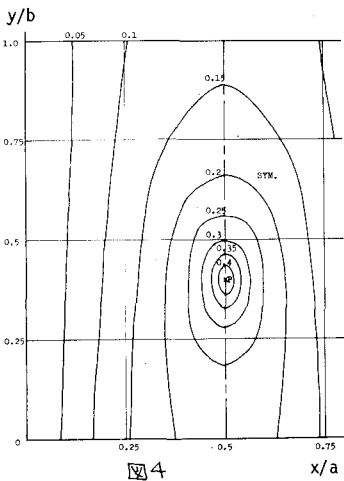


図4

MOMENT-Mx (10\*\*5Kg-cm/cm)

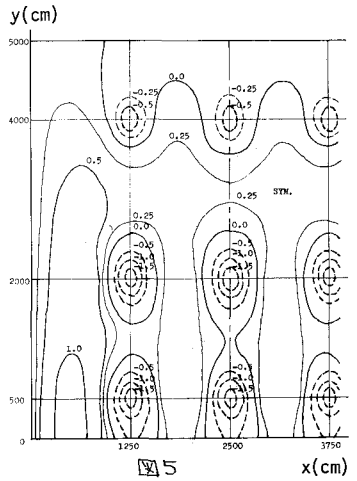


図5

DEFLECTION (cm)

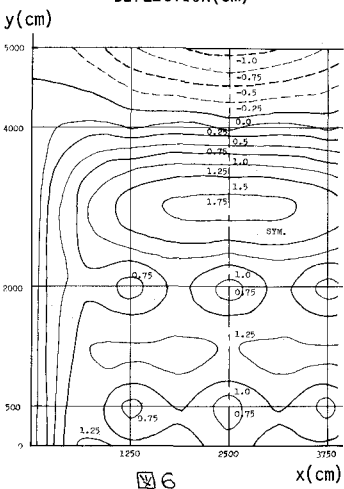


図6

MOMENT-My (10\*\*5Kg-cm/cm)

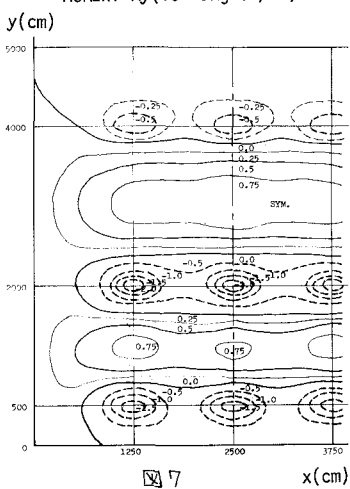


図7

MOMENT-Mxy (10\*\*5Kg-cm/cm)

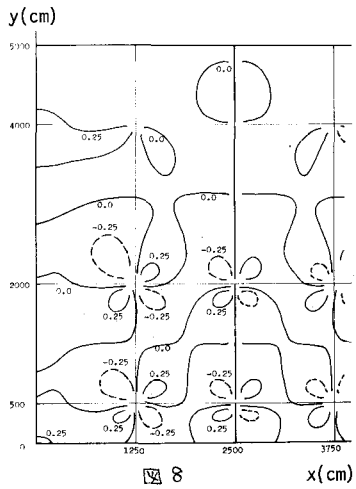


図8