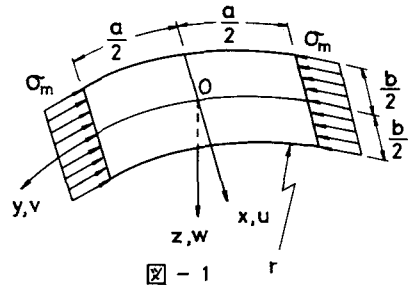


関西大学工学部 正会員 三上市 蔵  
 関西大学工学部 正会員 森 沢 敬 文  
 関西大学工学部 正会員 米 沢 博

1. まえがき アーチ部材のフランジや縦断勾配またはテーパを有する箱桁のフランジ、あるいは曲線プレートガーダーおよび曲線箱桁の腹板などはその面外に曲率を有しており円筒パネルとみなすことができる。これら円筒パネルはその円筒方向に面内力を受けているので曲率の影響を考慮に入れた解析を行なう必要がある。ここでは、箱形断面曲がりばりの円筒状フランジを想定し、円筒パネルが円筒方向の圧縮力を受ける場合についてシェル理論に基づいて応力解析を行なう。この場合面内圧縮力を受けるが曲率を有するため、座屈問題とはならない。円筒状フランジは等方性で、板厚は他の部材寸法に比べて小さく、かつ変形は小さいものとする。解析には差分法を用いる。また有限変形は考えないが曲率を有するため、基礎微分方程式が非線形となるので加速Jacobi法によって反復的に解を求める。

2. 基礎方程式 図-1に示すような弧に沿った長さ $a$ 、幅 $b$ 、厚さ $h$ 、曲率半径 $r$ の等方性円筒パネルを考える。座標軸は図-1のようにとり、断面力および変位は図-2のように定義する。力のつりあいはつぎのようになる。

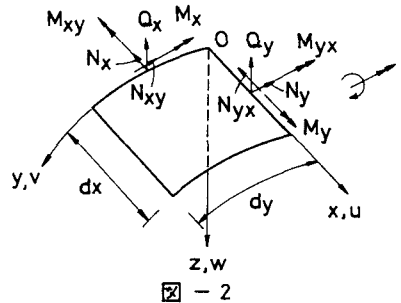
$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} + N_{y,x} + N_y \frac{w_{,x}}{r} &= 0 \\ N_{y,y} + N_{x,y} - \frac{1}{r} Q_y &= 0 \\ Q_{x,x} + Q_{y,y} + N_y \left( \frac{1}{r} + w_{,yy} \right) &= 0 \\ M_{x,y} - M_{y,x} + Q_y &= 0 \\ M_{y,x} + M_{x,x} - Q_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$



ただし、変位に伴って生ずる断面力と変位の微係数との積は無視してある。

断面力と変位の関係はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left( u_{,x} + \mu v_{,y} - \mu \frac{w}{r} \right) \\ N_y &= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left( \mu u_{,x} + v_{,y} - \frac{w}{r} \right) \\ N_{xy} &= N_{yx} = \frac{Eh}{2(1+\mu)} (u_{,y} + v_{,x}) \\ M_x &= -D \left( w_{,xx} + \mu w_{,yy} + \mu \frac{w}{r^2} \right) \\ M_y &= -D \left( \mu w_{,xx} + w_{,yy} + \frac{w}{r^2} \right) \\ M_{xy} &= -M_{yx} = D(1-\mu) \left( \frac{1}{r} v_{,x} + w_{,xy} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$



ただし、 $E$ は弾性係数、 $\mu$ はポアソン比である。ここで、面内力をつぎのように置きかえる。

$$N_x = N_{x0} + \bar{N}_x, \quad N_y = N_{y0} + \bar{N}_y, \quad N_{xy} = N_{xy0} + \bar{N}_{xy} \quad (3)$$

$$N_{x0} = N_{xy0} = 0, \quad N_{y0} = -\sigma_m h \quad (4)$$

ただし、 $\sigma_m$ は平均圧縮応力である。また、変位をつぎのように表わす。

$$u = u_0 + \bar{u}, \quad v = v_0 + \bar{v}, \quad w = \bar{w} \quad (5)$$

ただし,  $u_0, v_0$  は

$$N_{x0} = \frac{Eh}{1-\mu^2}(u_{0,x} + \mu v_{0,y}), \quad N_{y0} = \frac{Eh}{1-\mu^2}(\mu u_{0,x} + v_{0,y}), \quad N_{xy0} = \frac{Eh}{2(1+\mu)}(u_{0,y} + v_{0,x}) \quad (6)$$

を満足する変位でつぎようになる。

$$u_0 = \mu \sigma_m x / E, \quad v_0 = -\sigma_m y / E \quad (7)$$

式(1)から  $Q_x, Q_y$  を消去し, 式(3), (4), (5)の関係を用いるとつぎの式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} + \bar{N}_y \frac{\bar{w}_{,x}}{r} &= \frac{\sigma_m h}{r} \bar{w}_{,x} \\ \bar{N}_{xy,x} + \bar{N}_{y,y} + \frac{1}{r} \bar{M}_{xy,x} - \frac{1}{r} \bar{M}_{y,y} &= 0 \\ \bar{M}_{x,xx} + \bar{M}_{yx,xy} - \bar{M}_{xy,xy} + \bar{M}_{y,yy} + \bar{N}_y \left( \frac{1}{r} + \bar{w}_{,yy} \right) &= \sigma_m h \left( \frac{1}{r} + \bar{w}_{,yy} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし,  $\bar{M}_x = M_x, \bar{M}_y = M_y, \bar{M}_{xy} = M_{xy}$  である。断面力を変位で置きかえらると, 式(8)はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{,xx} + \frac{1-\mu}{2} \bar{u}_{,yy} + \frac{1+\mu}{2} \bar{v}_{,xy} &= \left\{ \mu + (1-\mu^2) \frac{\sigma_m}{E} - \mu \bar{u}_{,x} - \bar{v}_{,y} + \frac{\bar{w}}{r} \right\} \frac{\bar{w}_{,x}}{r} \\ \frac{1+\mu}{2} \bar{u}_{,xy} + \frac{1-\mu}{2} \left( 1 + \frac{h^2}{6r^2} \right) \bar{v}_{,xx} + \bar{v}_{,yy} &= -\frac{h^2}{12r} \bar{w}_{,xxy} - \frac{h^2}{12r} \bar{w}_{,yyy} + \left( \frac{1}{r} - \frac{h^2}{12r^3} \right) \bar{w}_{,y} \\ \bar{w}_{,xxx} + 2\bar{w}_{,xzy} + \bar{w}_{,yyy} + \frac{\mu}{r^2} \bar{w}_{,xx} + \left( \frac{1}{r^2} + \frac{\sigma_m h}{D} \right) \bar{w}_{,yy} + \frac{12}{h^2 r^2} \bar{w} &= -\frac{\sigma_m h}{rD} - \frac{2(1-\mu)}{r} \bar{v}_{,xzy} + \frac{12}{h^2 r} (\mu \bar{u}_{,x} + \bar{v}_{,y}) + \frac{12}{h^2} (\mu \bar{u}_{,x} + \bar{v}_{,y} - \frac{\bar{w}}{r}) \bar{w}_{,yy} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

**3. 境界条件** 面外変形に対する境界条件としては, 周辺で単純支持されているものとする。面内変形に関する境界条件はつぎのように考える。 $y = \pm a/2$ には横リブもしくは隔板などが配置されているものとし, 付加変位  $\bar{u}, \bar{v}$  は生じないものとする。 $x = \pm b/2$ では腹板による拘束のため長手方向の付加変位は生じず, かつ母線方向には応力が生じないものとする。したがって境界条件はつぎようになる。

1)  $x = b/2$  に対して

$$\bar{w} = \bar{w}_{,xx} = 0, \quad \bar{u}_{,x} = 0 (\because \bar{N}_x = 0), \quad \bar{v} = 0 \quad (10)$$

2)  $y = a/2$  に対して

$$\bar{w} = \bar{w}_{,yy} = 0, \quad \bar{u} = 0, \quad \bar{v} = 0 \quad (11)$$

また, 対称性により1/4領域のみを解析の対象とすればよいので, つぎのような対称条件を考慮する。

3)  $x = 0$  に対して

$$\bar{w}(x) = \bar{w}(-x), \quad \bar{u}(x) = -\bar{u}(-x), \quad \bar{v}(x) = \bar{v}(-x) \quad (12)$$

4)  $y = 0$  に対して

$$\bar{w}(y) = \bar{w}(-y), \quad \bar{u}(y) = \bar{u}(-y), \quad \bar{v}(y) = -\bar{v}(-y) \quad (13)$$

**4. 数値計算** 荷重  $\sigma_m$  を与え, 基礎方程式(9)を境界条件式(10), (11)および対称条件式(12), (13)のもとで解けば, 応力と変位の分布が定まる。基礎方程式(9)および境界条件式(10), (11), 対称条件式(12), (13)を無次元化したのち, 差分表示する。ただし, 少ない分割で高精度の解を得るため, 全分点差分法すなわち設けた分点をすべて用いて高精度差分表示する方法を用いた。また, 応力と変位の関係は線形関係を仮定したが, 式(9)は曲率の影響のための非線形項を含んでいるので, Jacobiの反復法によって解いた。その際, 加速パラメータ法とAitkenの外挿法のいずれかによって収束を早めるようにした。計算結果の詳細は講演会当日に述べる。