I-27　立体骨組構造物の自動極限解析法について

九州大学　正員　太田 俊昭
九州大学　学生員　○寺本 恵一郎

1. まえがき

著者らは、先に曲げのみを受ける平面骨組構造物を対象として柔性行列法による極限解析法を示したが、今回は、それをさらに拡張応用し、組み合せ応力下における立体構造物の崩壊メカニズムを解明しようと試みたものである。その骨子とするところは、平衡条件と変形の適合条件に基づく増分形式の変形法を用いて、任意変動荷重を受ける立体構造物の崩壊挙動を一貫した行列解法によって機械的に自動追跡しようとするものである。一般に曲げとねじりによる塑性ヒンジが形成されるが、その取り扱いには、組み合せ応力下のミゼス降伏条件式に、塑性流れ理論を導入した慣用法をそのまま踏襲している。また本法の特色とするところは、前述の平面構造物の場合と同様、塑性条件としてのパラメータを予め、一般式中に導入して、マトリックスの元数ならびに要素配列を固定化し、かつ演算時間を短縮するため柔性行列法を採用しており、任意変動荷重を受ける立体骨組構造物の崩壊挙動を平易かつ機械的に解明することができる。以下にその基礎理論と二、三の解析例を示す。

2. 基礎理論

予想ヒンジ間を一部材とみなし、部材が弾性の場合、部材端に作用する力の増分を$\dot{\mathbb{M}}$、部材端の変形の増分を$\dot{\mathbb{v}}$とすると$\dot{\mathbb{M}}$と$\dot{\mathbb{v}}$は、剛性行列$\mathbb{k}$を用いて　$\dot{\mathbb{M}} = \mathbb{k}\dot{\mathbb{v}}$　------------------(1)

また弾性時の変形の適合条件式は、たわみ角の増分を$\dot{\Theta}$、材端変位の増分を$\dot{\mathbb{D}}$とし、節点の変形増分を$\dot{\mathbb{u}}$とすれば

$\dot{\mathbb{v}} = \dot{\Theta} - \dot{\mathbb{D}} \equiv \mathbb{A}\dot{\mathbb{u}}$　------------------(2)

一方、力のつりあい式は、外力の増分を$\dot{\mathbb{P}}$とすると、反傾関係より　$\dot{\mathbb{P}} = \mathbb{A}^T\dot{\mathbb{M}}$　------------------(3)

部材端が降伏して塑性ヒンジが生じると、　材端変形増分$\dot{\mathbb{v}}$は、節点の塑性変形増分$\dot{\mathbb{u}}^P$を用いて

$\dot{\mathbb{v}} = \mathbb{A}\dot{\mathbb{u}} - \dot{\mathbb{u}}^P$　------------------(4)

降伏曲線上の点における外向き法線ベクトルを$\mathbb{L}$とすると定数$\dot{\lambda}$を用いて$\dot{\mathbb{u}}^P$は　$\dot{\mathbb{u}}^P = \mathbb{L}\dot{\lambda}$　-----------(5)

$\mathbb{L}$の内容は、降伏関数をfとすると　$\mathbb{L} = \beta\,\partial f/\partial\mathbb{M}$　----------------(6)

部材端i点が弾性時の場合βの一要素β_iはゼロとなり、弾性時のときは、$\beta_i = 1$とおく。

また塑性ヒンジが生じた部材端において、内力成分の比は、変形成分の比によって変化するが、それらは常に塑性条件　$df = 0$　------------------(7)

を満足するように変化しなければならない。書き改めると　$\mathbb{0} = \mathbb{L}^T\dot{\mathbb{M}}$　------------------(8)

これが塑性ヒンジが発生したときの定数$\dot{\lambda}$を決定する条件式となる。したがって弾性時では$\alpha\dot{\lambda} = \mathbb{0}$　----(9)

となるので、式(8)に式(9)を含ませる必要がある。ただしαは要素α_iを有する対角行列で、塑性ヒンジ発生時にゼロ、そうでないときは1とおく。式(3)、(8)に式(1)、(4)、(5)を代入すると

$\dot{\mathbb{P}} = \mathbb{A}^T\mathbb{k}\mathbb{A}\dot{\mathbb{u}} - \mathbb{A}^T\mathbb{k}\mathbb{L}\dot{\lambda} \equiv \mathbb{K}\dot{\mathbb{u}} - \mathbb{G}\dot{\lambda}$　-------(10)　　$\mathbb{0} = \mathbb{L}^T\mathbb{k}(\mathbb{A}\dot{\mathbb{u}} - \mathbb{L}\dot{\lambda}) \equiv \mathbb{G}^T\dot{\mathbb{u}} - \mathbb{H}\dot{\lambda}$　---------(11)

式(10)より　$\dot{\mathbb{u}} = \mathbb{K}^{-1}(\dot{\mathbb{P}} + \mathbb{G}\dot{\lambda}) \equiv \mathbb{S}(\dot{\mathbb{P}} + \mathbb{G}\dot{\lambda})$　ただし$\mathbb{S}$は柔性行列である。　---------------(12)

式(11)、(12)より塑性変形増分が次のように求められる。　$\dot{\lambda} = (\mathbb{H} - \mathbb{G}^T\mathbb{S}\mathbb{G})^{-1}\mathbb{G}^T\mathbb{S}\dot{\mathbb{P}} \equiv \mathbb{C}_g^{-1}\mathbb{G}^T\mathbb{S}\dot{\mathbb{P}}$　-----------(13)

また、式(12)、(13)より変形増分$\dot{\mathbb{u}}$は、　$\dot{\mathbb{u}} = (\mathbb{I} + \mathbb{S}\mathbb{G}\mathbb{C}_g^{-1}\mathbb{G}^T)\mathbb{S}\dot{\mathbb{P}}$　----------------(14)

よって、式(1)、(4)、(13)、(14)より$\dot{\mathbb{M}}$が次式で算定される。　$\dot{\mathbb{M}} = \{\mathbb{k}\mathbb{A}(\mathbb{I} + \mathbb{S}\mathbb{G}\mathbb{C}_g^{-1}\mathbb{G}^T) - \mathbb{k}\mathbb{L}\mathbb{C}_g^{-1}\mathbb{G}^T\}\mathbb{S}\dot{\mathbb{P}}$　------(15)

なお、除荷の場合、式(13)で表わせる$\dot{\lambda}$は負となり、最終崩壊荷重は、$\mathbb{C}_g$が不定になったときの荷重値で表わせる。

($\lambda_i = 0, \alpha_i = 1, \beta_i = 0$となる。)

3. 解析例

本解析にあたっては降伏断面における部材端力の増分と変位の増分が非線形となる。これらの関係を線形になおすには、上界近似の方法と下界近似の方法があるが、本法は前者の方法を採用しているため荷重増分を小さくとれば、終局耐力は次第に上界から正解に収束する。なお部材の降伏関数としては次式を採用する。

$$f = m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 - 1 \qquad m_x = \frac{M_x}{M_{0x}},\ m_y = \frac{M_y}{M_{0y}},\ m_z = \frac{M_z}{M_{0z}}$$ ここに $M_{0(x,y,z)}$ = 全塑性モーメント

(1) 直角折線梁. Fig.1 に示した直角折線梁[1]に働く集中荷重を case(A) $P \rightarrow 5.0(M_{0z}/L)$ の漸増荷重を受ける場合、case(B) $P \leftrightarrow 4.5(M_{0z}/L)$, case(C) $P \leftrightarrow 4.9(M_{0z}/L)$ を 1 cycle としてくり返される場合を採用した。Fig 2 より case(B)の場合は 2 cycle以後ではこのはりは弾性挙動を示し、いわゆる変形硬化をおこし、case(C)では漸増塑性変形による崩壊を生じる。

(2) 円弧曲り梁 Fig.3に示す円弧曲り梁について解析を行う。この場合、部材要素の剛性行列は文献(2)の立体たわみ角式を用いることにする。Fig.3，4は漸増集中荷重の場合であり、Fig.5はくり返し荷重の場合の変形硬化現象を示す図である。なお Fig 3に示すように中心角αが小さくなるにしたがい、さらに Fig.4より、同一中心角であっても $\nu(=M_{0t}/M_{0r})$ の値が小さくなると当然のことであるが、両端固定直線梁の崩壊形式に近づいてゆくことがわかる。なお降伏関数としては $f=m_t^2+m_r^2-1$ を用いた。$m_t=\frac{M_t}{M_{t0}}$, $m_r=\frac{M_r}{M_{r0}}$ ここに t, r はそれぞれ部材の切線法線方向の流動座標を示す。またスパン長は L=1m とした。

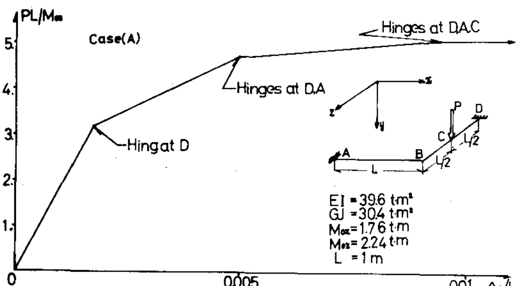

Fig.1

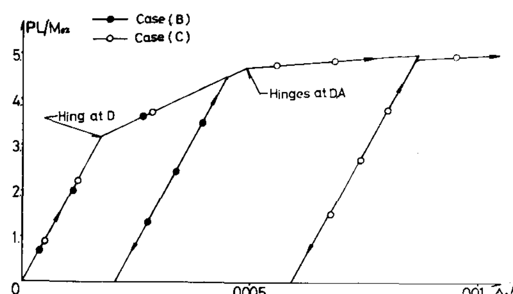

Fig.2

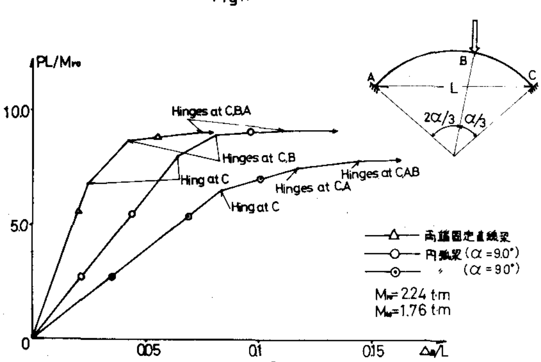

Fig.3

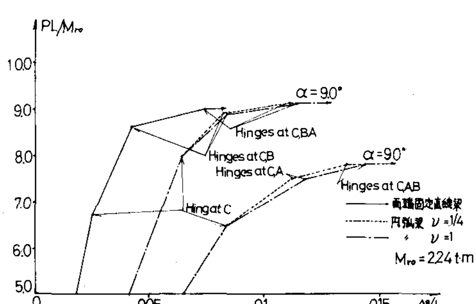

Fig.4

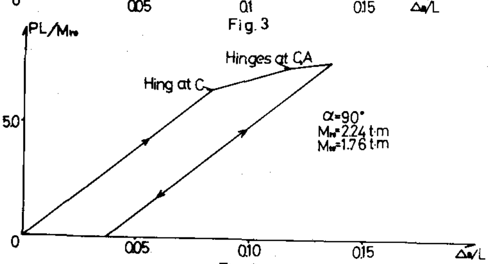

Fig.5

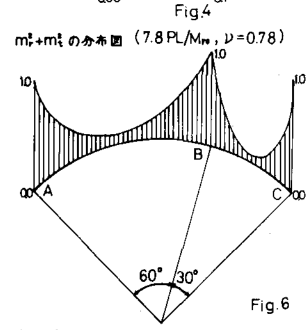

Fig.6

参考文献

1). 上田幸雄他：マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析, 日本造船学会論文集 第124号, 昭和43年, 11月

2). 太田俊昭：任意部材を持つ立体ラーメンの解法に関する研究, 九州大学提出学位請求論文. 1968.12.