

中部工業大学	正員	小西一郎
京都大学工学部	正員	白石成人
京都大学工学部	正員	○谷口康男

1. まえがき

マトリクス構造解析において重要な、困難な点は、多元連立一次方程式の解法であり、従来さまざまな手法が提案されてきたが、それらは全てその構造剛性行列のもつ特性、疎行列であるということ、を利用しようとするものである。すなわち演算において不要な非零要素を除き、容量・計算時間の節約をはかろうとするものである。そのための非零要素をその目的に合うように配置することが必要であり、これは節点番号付けに一致する。本研究においては、よく用いられるアルゴリズムである Band Matrix 法、Sparse Matrix 法のために筆者らが提案した非零要素配列法^(1,2)について略記し、さらに、対象構造物の形状と非零要素配列法との関係を論じる。

2. 帯幅減少法およびプロパイル減少法

Band Matrix 法、Sparse Matrix 法において、その節点番号付けの目的は、その帯幅 (H.B.W.)、プロパイル (P) を最小にすることにある。それらを以下のように定義される。

$$H.B.W. = \text{Max. of } (\bar{a}_i - i) \quad (1)$$

$$P = \sum (i - \bar{a}_i) \quad (2)$$

ここで、 \bar{a}_i 、 \bar{a}_i は $(n \times n)$ 行列の i 行における最後、および最初の非零要素の位置を列番号で示す。上式よりわかるように H.B.W.、P はそれらの一次元、二次元的な意味をもつ。従来提案された手法は全て、実際に節点番号を付け、これより H.B.W.、P が得られ、その値より結果の良否を判定するものであった。しかしながら最小の H.B.W.、P は系固有のものであり、グラフ理論に基づく手法であり、しかもかかわるが、その目的はほとんど考慮されず、あるいは、たとえ考慮されたとしてもプロクラミンクが目的であったため放棄せざるを得なかった。よって、対象系の形状によりその結果の良否は大きく支配された。特に

- (i) 構造物の外周に凹凸が存在する場合
- (ii) 節点分布が不均一な場合

に対しては、不十分な結果しか期待しなかつた。筆者らが提案した手法は形状特性に結果が支配される手法であった。以下の特長を持つ。

- (a) 図式解法である。
- (b) 直接の節点番号付けを必要としない。
- (c) 形状により結果は支配される。

その基本となる考え方は、帯幅値、プロパイルの不明な系を、そのトポロジーを保持したまま、それらが明白な系に置き直し、その新たな図形よりそれらの最小値を求めようとする。そのために、一種の座標系が必要であり、図-1に示す "Filling Field" を定義している。そこにおいては、実分布は一樣であり、線分には許容結合方向が決められ、節点番号順序は、座標系に固定されている。その縦軸は帯幅値を示し、よって帯幅減少法はその縦軸方向に最小値を持つように図形を置き直すことに置換される。またプロパイル減少法において、この座標系がほとんどそのまま利用可能であり、一般メッシュ系に対しては帯幅減少法と同じように縦軸方向の値を最小にすることが基本戦略となる。特に Tree 系に対しては興味ある結果が導き出された。すなわち、その最小プロパイル値は系が与えられた代数的に求められるということ、そして系全体の最小プロパイルは各 Subsystem についてプロパイルを最小化することによって求められるということである。この結果は、上記 (i) の特性を持つ一般 mesh 系のプロパイル最小化にそのまま適用される良い結果が得られている。

3. 節点番号付けに及ぼす構造形状の影響

Tree系に関する上述の結果は次のような意味をもつ。すなわち、Tree系の各集中点に集まる各点列は各々独立に取り扱いうるということである。よって、各点列について別個にプロファイル最小化をばかればよい。また、Tree系とは上述の(1)の展型的な系とを考へ、この結果は他の特性をもつ mesh 系に対して有効に利用できる。すなわち全体の凸部を適当に切り取り各 subsystem をそれぞれ全体として凸形状にした後、それぞれについて独立に profile minimization を行い、後にそれらに連続節点番号を付せばよいことになる。

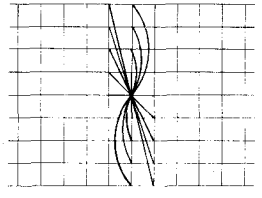
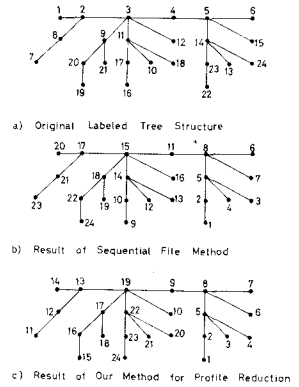


図-1. Filing Field

一方、帯幅に関しては系全体の最小帯幅を求めよことが目的であり、よって上述のように各部分系を独立に取り扱ふことは不可能である。逆に凹凸が集中している部分、Tree系における次数の高い集中点近傍の取り扱いが一層重要となる。このように全体系の周辺形状が非常に複雑な場合には Profile Minimization が有効であろうと思われる。しかしながら、この各部分系は全体として凸形状をなしているより、プロファイル減少法は帯幅減少法とはほとんど一致し、すでに提案した後者をもつて行い得る。図-2はTree系に対するいくつかのアルゴリズムの結果を示す。この最後の2つのアルゴリズムは筆者の提案した手法であり、帯幅・プロファイルのそれぞれが最小値をなしている。図-3(a)は有限要素分割の例題で、一見本周辺に凹凸が存在するようにはみえが、点分布の均一化により(1)図のように画き直され、大体において凸と考へられる形状であり、2、両者の節点番号順序は一致する。図-4は斜張橋モデルの上記両手法を適用した結果を示しているが、それぞれ $H.B.W. = 6$, $P = 106$ となる。この番号順序は非常に興味深いものがある。



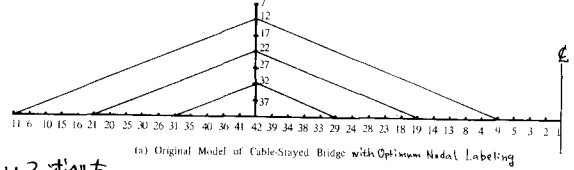
Algorithm	Bandwidth	Profile
Original	13	107
Cuthill-McKee	10	101
King	13	59
Levy	14	37
Sequential File Method	5	41
Proposed Method	10	29

d) Comparison of Results by Several Algorithms

図-2. Tree系の各種アルゴリズムの適用

4. あとがき

本研究において筆者らがすでに提案したグラフ理論に基づく帯幅減少法とプロファイル減少法の特徴を



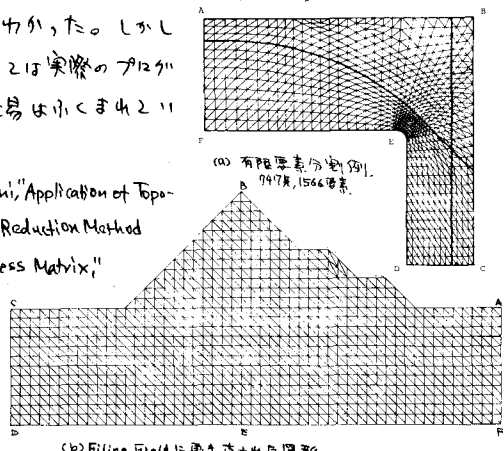
調べ、一般構造物の形状によるそれぞれの利用法について述べた。すなわち全体として凸形状に対して Band Matrix 法が、それ以外周辺が複雑な系に対しては Sparse Matrix 法が容易にかつ有効に用いられることがわかった。しかしこの考察においては実際のプロファイルミシク上の難易は小さくはない。

[文献] 1) T. Taniguchi, "Application of Topology to Bandwidth Reduction Method of Structural Stiffness Matrix,"

Kyoto Univ., 1974. Dr. Thesis

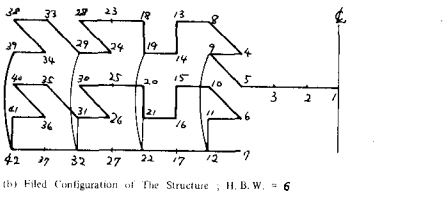
2) 小西一郎他.

"構造剛性行列の非零要素配列に

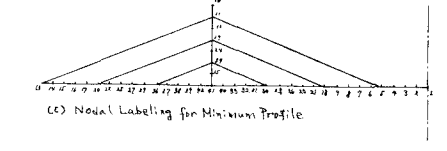


(b) Filing Field に画き直された図形

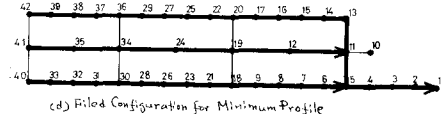
図-3. PC梁の有限要素分割例



(b) Filled Configuration of The Structure, H.B.W. = 6



(c) Nodal Labeling for Minimum Profile



(d) Filled Configuration for Minimum Profile

$P = 41 \times 30 \times 35 = 106$

図-4. 斜張橋に対する帯幅節点番号順序