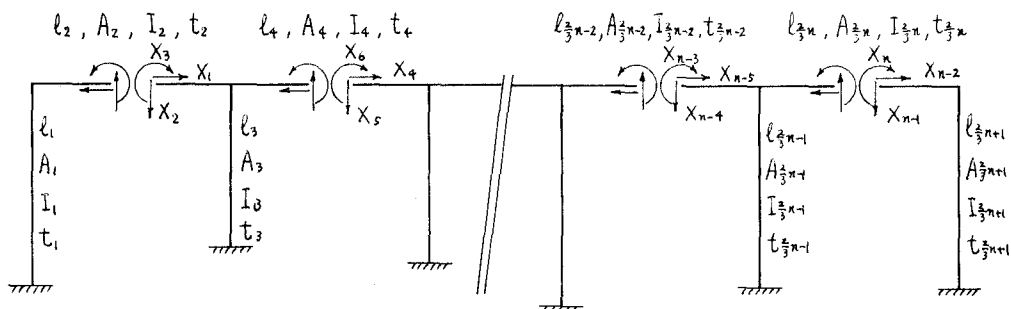


函館工業高等専門学校 正員 外崎 忍

1) まえがき

コンクリート構造連続ラーメンでは、各部材の施工時期が異なると、それらのコンクリートのクリープ進行状態に差異を生じ不静定モーメントが発生する。本研究では各部材の長さ、断面、施工時期の任意な場合のこれら不静定力解析の一般式を示すものである。又この解析には次の事項を制限した。イ) コンクリートの弾性係数は一定、ロ) 鉄筋やP C鋼の拘束の影響は無視、ハ) 一つの部材は定断面で同時に施工される。ニ) クリープ関数は $\varphi_t = k \varphi_n (1 - e^{-\lambda t})$ で k は其々の部材のコンクリート強度が $\sigma = 0.75 \sigma_0$ になった時分からラーメンが完成し、載荷されるまでの時間を t_0 とすると $k = e^{-\lambda t_0}$ で φ_n は $t = \infty$ までのクリープ係数である。

2) 微分方程式

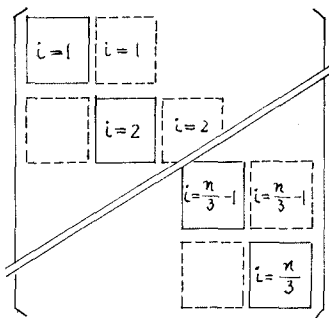


不静定力として、上図のように各スパンの中央の切口に作用するものを選ぶ。不静定力 $X_1, \dots, X_n$ に関する微分方程式をマトリックスで表わすと次のようになる。但し $D = d/d\varphi$

$$\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DX_1 \\ DX_2 \\ \dots \\ DX_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots & a'_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \\ \dots \\ b'_n \end{bmatrix} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

マトリックス $[A']$ の要素

不静定次数を n とすれば、右図の実線わく数は $n/3$ 個でこの中の要素は、 l, A, I, t の i を変える事で同じ算式となる。又わく内の要素は 9 個で対称となるので 6 個計算すればよい。次に実線わくは対角線を軸として対称で、 $n/3 - 1$ 個であり、この中の要素の計算 i を変える事でよく、わく内の要素は 9 個である。結局 15 個の要素の計算によって、任意径間のラーメンに対する $[A']$ が計算できる。尚実線わく、実線わく以外の要素はすべて 0 である。以下 15 個の算式を示す。



実線わく内の要素

$$a'_{(3(i-1)+1)(3(i-1)+1)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{l_{(2i-1)}^3}{I_{(2i-1)}} \cdot e^{-\lambda t_{(2i-1)}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{l_{(2i+1)}^3}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{-\lambda t_{(2i+1)}} + \frac{l_{2i}}{A_{2i}} \cdot e^{-\lambda t_{2i}} + \frac{l_{(2i+1)}}{A_{(2i+1)}} \cdot e^{-\lambda t_{(2i+1)}}$$

$$a'_{(3(i-1)+2)(3(i-1)+2)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{l_{(2i-1)} \cdot l_{2i}^2}{I_{(2i-1)}} \cdot e^{-\lambda t_{(2i-1)}} + \frac{1}{4} \cdot \frac{l_{(2i+1)} \cdot l_{2i}^2}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{-\lambda t_{(2i+1)}} + \frac{1}{12} \cdot \frac{l_{2i}^3}{I_{2i}} \cdot e^{-\lambda t_{2i}} + \frac{l_{(2i-1)}}{A_{(2i-1)}} \cdot e^{-\lambda t_{(2i-1)}}$$

$$\begin{aligned}
 a'_{(3(i-1)+3)(3(i-1)+3)} &= \frac{l_{(2i-1)}}{I_{(2i-1)}} \cdot e^{xt_{(2i-1)}} + \frac{l_{2i}}{I_{2i}} \cdot e^{xt_{2i}} + \frac{l_{(2i+1)}}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} \\
 a'_{(3(i-1)+1)(3(i-1)+2)} &= \frac{1}{4} \cdot \frac{l_{(2i-1)}^2 \cdot l_{2i}}{I_{(2i-1)}} \cdot e^{xt_{(2i-1)}} - \frac{1}{4} \cdot \frac{l_{2i}^2 \cdot l_{(2i+1)}}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} \\
 a'_{(3(i-1)+1)(3(i-1)+3)} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{l_{(2i-1)}^2}{I_{(2i-1)}} \cdot e^{xt_{(2i-1)}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{l_{(2i+1)}^2}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} \\
 a'_{(3(i-1)+2)(3(i-1)+3)} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{l_{(2i-1)} \cdot l_{2i}}{I_{(2i-1)}} \cdot e^{xt_{(2i-1)}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{l_{2i} \cdot l_{(2i+1)}}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}}
 \end{aligned}$$

l : 部材長
 A : 断面積
 I : 断面2次モーメント
 t : その部材が載荷されるまでの日数 ($\sigma = 0.75 \cdot \sigma_{\infty}$ より)

点線わく内の要素

$$\begin{aligned}
 a'_{(3(i-1)+1)(3(i-1)+4)} &= -\frac{1}{3} \cdot \frac{l_{(2i+1)}^3}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} & a'_{(3(i-1)+1)(3(i-1)+5)} &= -\frac{1}{4} \cdot \frac{l_{(2i+1)}^2 \cdot l_{(2i+2)}}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} \\
 a'_{(3(i-1)+1)(3(i-1)+6)} &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{l_{(2i+1)}^2}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} & a'_{(3(i-1)+2)(3(i-1)+4)} &= \frac{1}{4} \cdot \frac{l_{(2i+1)} \cdot l_{2i}}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} \\
 a'_{(3(i-1)+2)(3(i-1)+5)} &= \frac{1}{4} \cdot \frac{l_{2i} \cdot l_{(2i+1)} \cdot l_{(2i+2)}}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} - \frac{l_{(2i+2)}}{A_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} \\
 a'_{(3(i-1)+2)(3(i-1)+6)} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{l_{2i} \cdot l_{(2i+1)}}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} & a'_{(3(i-1)+3)(3(i-1)+4)} &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{l_{(2i+1)}^2}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} \\
 a'_{(3(i-1)+3)(3(i-1)+5)} &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{l_{(2i+1)} \cdot l_{(2i+2)}}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}} & a'_{(3(i-1)+3)(3(i-1)+6)} &= -\frac{l_{(2i+1)}}{I_{(2i+1)}} \cdot e^{xt_{(2i+1)}}
 \end{aligned}$$

マトリックス [F] の計算

マトリックス [F] は、マトリックス [A'] の e^{xt} の項をすべて 1 とおけばよい。

マトリックス [B'] の計算

[B'] は $t=0$ における作用力による項で、例えば右図のような曲げモーメント及び軸力が作用している場合、次のようになる。

$$\begin{aligned}
 b'_{(i-2)} &= -\frac{l_{(i-1)}^2}{6I_{(i-1)}} \cdot \{2 \cdot (-a) + b\} \cdot e^{-xt_{(i-1)}} + \frac{l_{(i+1)}^2}{6I_{(i+1)}} \cdot \{2g - f\} \cdot e^{-xt_{(i+1)}} \\
 &\quad + \frac{l_{2i}}{A_{2i}} \cdot X_{(i-2)}^0 \cdot e^{xt_{2i}} \\
 b'_{(i-1)} &= -\frac{l_{2i} \cdot l_{(i+1)}}{4I_{(i+1)}} \cdot (-a + b) \cdot e^{-xt_{(i+1)}} - \frac{l_{2i} \cdot l_{(i+1)}}{4I_{(i+1)}} \cdot (g - f) \cdot e^{-xt_{(i+1)}} \\
 &\quad + \frac{l_{2i}^2}{12I_{2i}} \cdot (e - c) \cdot e^{-xt_{2i}} + \frac{l_{(i+1)}}{A_{(i+1)}} \cdot X_{(i-1)}^0 \cdot e^{xt_{(i+1)-1}} \\
 &\quad + \frac{l_{(i+1)}}{A_{(i+1)}} \cdot X_{(i-1)}^0 \cdot e^{xt_{(i+1)}} \\
 b'_i &= -\frac{l_{(i+1)}}{2I_{(i+1)}} \cdot (-a + b) \cdot e^{-xt_{(i+1)}} + \frac{l_{(i+1)}}{2I_{(i+1)}} \cdot (g - f) \cdot e^{-xt_{(i+1)-1}} \\
 &\quad - \frac{l_{2i}}{2I_{2i}} \cdot (c + e) \cdot e^{xt_{2i}} + \frac{2}{3I_{2i}} \cdot l_{2i} \cdot d \cdot e^{xt_{2i}}
 \end{aligned}$$

但し $X_{(i-2)}^0, X_{(i-1)}^0, X_i^0$ は $t=0$ に作用している不静定力である。

3) 微分方程式の解

[A] [F]⁻¹[A'], [B] [F]⁻¹[B'] として、 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ を [A] に関する固有値、 r_{ij} をそれらに対する固有ベクトルとすると (1) の解は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

