

北海道大学

正員

角田与史雄

○奈良 久

1. まえがき

従来、コンクリート構造物の設計における安全性の評価は、経験的主観的判断に依存する面が強かったが、近年これをより客観的評価に基づこうとする要望が強まり、破壊の生起確率または非破壊に対する信頼性がその有力な手法の一つとして活発な研究が行われるようになった。しかし、コンクリート構造物の耐荷性状は非常に複雑であり、数多くの不確実性要因を含んでいるため、これを実用化するには今後解明してゆかなければならぬ問題が多く残されている。本研究はこれらの中から2, 3の点について概略的な検討を行なったものである。

2. 破壊確率の意義について

いま、ある構造物のある限界状態について考え、それに対応する部材の抵抗を R 、単位時間当りの最大荷重作用を s とすると、これらが相互に独立した確率変数であり、これらの確率密度函数、分布函数をそれぞれ $f(x)$ 、 $F(x)$ によって表わせるとすれば、目標耐用期間 n に対する破壊確率は一般に次式によって表わることができる；

$$p = 1 - q = 1 - P\left\{\prod_{i=1}^n (S_i < R)\right\} = 1 - \int_0^\infty f_R(x) [F_S(x)]^n dx \quad (1)$$

$p \ll 1$ の場合には高次の項を無視し、近似的に次式によって p を求めることができる；

$$p = n \int_0^\infty f_R(x) \{1 - F_S(x)\} dx \quad (2)$$

上式の p またはその余事象の確率 q （信頼性）は、構造物の破壊のように事実上生じてはならない限界状態に対しては合理的な安全性評価を与える。しかし、比較的簡単な補修を要するような軽微な損傷に対しては、むしろ広義の経済性概念に立脚する安全性指標を用いる方が合理的と考える。この場合、耐用期間の期待値に基づく単位時間当りの平均的破壊確率、(3)式、または n 期間中の破壊の生起回数期待値に基づく(4)式が有用であろう。

$$p = 1 / \int_0^\infty f_R(x) F_S(x) / \{1 - F_S(x)\} dx \quad (3)$$

$$p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \bar{P}(i, j, k) \bar{P}(j, i) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}(i, j) &= 1 - \int_0^\infty f_R(x) [F_S(x)]^i dx \quad (i=j) \\ &= \sum_{k=1}^{i+j} \bar{P}(i, j, k) \bar{P}(j, i) \quad (i \neq j) \end{aligned}$$

3. データ末端部の鋭敏性について

通常われわれが入手し得る統計データは、年間最大荷重のようなある短期間当りのものが多い。これに対して構造物の破壊確率は(1)式に見られるように n 期間中の最大値 x_n に関するもの、すなわち $F_n(x) = [F_1(x)]^n$ または $f_n(x) = n f_1(x) [F_1(x)]^{n-1}$ である。図-1は、 x_1 が正規分布 $N(\bar{x}_1, \sigma_1^2)$ に従うときの x_n の期待値 $\bar{x}_n$ および標準偏差 σ_n の、 n に伴う変化について示したものであり、 $n=20$ においてすでに $\bar{x}_n$ が $\bar{x}_1$ から σ_1 以上の変動を生ずることがわかる。このため破壊確率に対して x_1 の統計データの

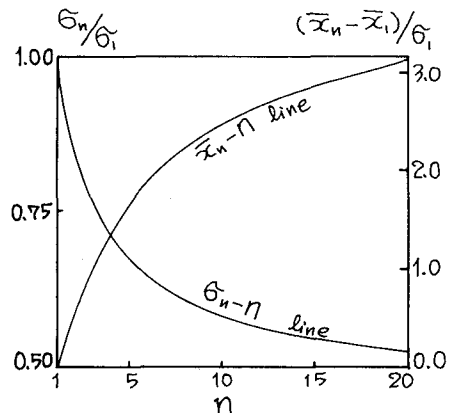


図-1 平均値、標準偏差の
 n に伴う変化

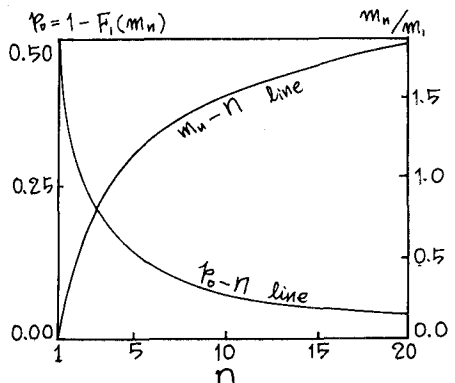


図-2 中央値、破壊確率の
 n に伴う変化

末端部が非常に重要な役割をもつことになる。図-2は上記と同じ場合について、 X_n の中央値 m_n 、および m_n に対する X_n の超過確率 $P_s = P\{X_n > m_n\} = 1 - F_n(m_n)$ の n に伴う変化について示したもので、これより X_n についての統計的性質を正確に把握するためには例えば $n=20$ において m_{20} は $2m_1$ 位であるのだから X_n の超過確率が約 $1/30$ の点の周辺を十分に包含するデータ数が必要であることがわかる。

4. 特性値と破壊確率について

実際の構造物の設計施工管理においては、耐力と荷重作用とを独立に制御する方法が一般に受け入れられている。この場合の設計条件は、特性値 K_R および K_S を導入して

$$K_R/K_S \geq r, \quad K_R = F_R^{-1}(P_R), \quad K_S = F_S^{-1}(1-P_S) \quad (5)$$

この場合、例えば R および S がそれぞれ V_R および V_S の変動係数をもつ正規分布に従うとき、破壊確率は次式のようになる；

$$p \approx 1 - \Phi \left[\frac{r - 1 - V_S^{-1}(P_S) - V_R^{-1}(P_R)}{\sqrt{V_R^2(1 - V_S^{-2}(P_S)) + V_S^2(1 + V_R^{-2}(P_R))^2}} \right] \quad (6)$$

従って、もしも r の値を固定すれば、例え特性値の決定に確率的考慮を入れたとしても得られる破壊確率値は V_R の影響を受けることになる。図-3はその一例を示したものであり、逆に、破壊確率値を一定にしようとするれば、図-4にその一例を示すように品質管理の程度に応じて r の値を変化させなければならないことがわかる。

5. 実験式と破壊確率について

コンクリート部材の耐力は一般に多数の変数の関数として与えられるのが普通である。すなわち

$$R = R(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (7)$$

この場合、 R の期待値および分散は近似的に次式により得られる；

$$M_R = R(M_{X_1}, M_{X_2}, \dots, M_{X_n}) \quad (8)$$

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial R}{\partial X_i} \right)^2 \sigma_{X_i}^2$$

上式は $\partial R / \partial X_i$ が $X_i = M_{X_i}$ において連続の場合にのみ有効である。しかし実際にはRC断面の軸圧縮耐力に対する荷重偏心誤差 e の影響のように $\partial R / \partial e$ が不連続の場合にもしばしば出会う。いま、その一例として $R = XY$ 、 $Y = G(\xi)$ とし、 X と ξ が独立した確率変数の場合について考えれば、 R の確率密度関数は次のようになる；

$$f_R(R) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) f_Y(R/x) \left[\left| \frac{\partial R}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial R}{\partial y} \right| \right] \frac{1}{x} \cdot dx \quad (9)$$

図-5はCEB/FIPの応力ブロックを用いるときのRC断面の軸圧縮耐力に対して、施工誤差による荷重偏心があるとしたときの確率密度関数を計算した例を示したものであり、上述のような確率論的取扱いをするこにより、柱の実験データが耐力の低い方へ偏ってばらつくという経験的性質を理論的にとらえることができる。

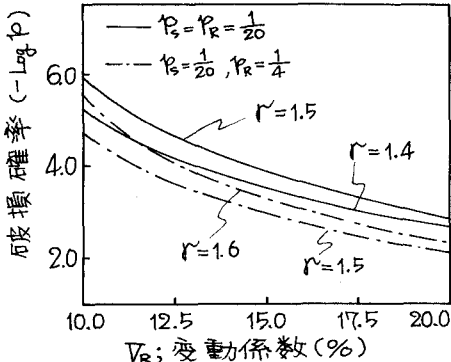


図-3 r が一定の場合の破壊確率の V_R による変化

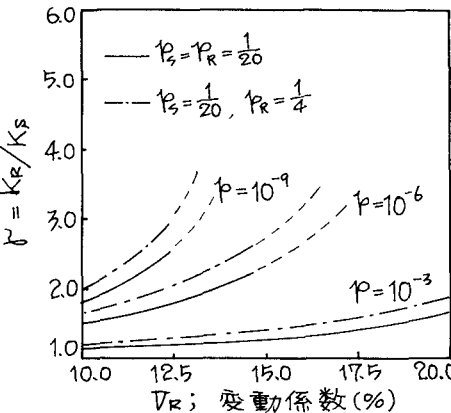


図-4 破壊確率値を一定とする場合の r の V_R による変化

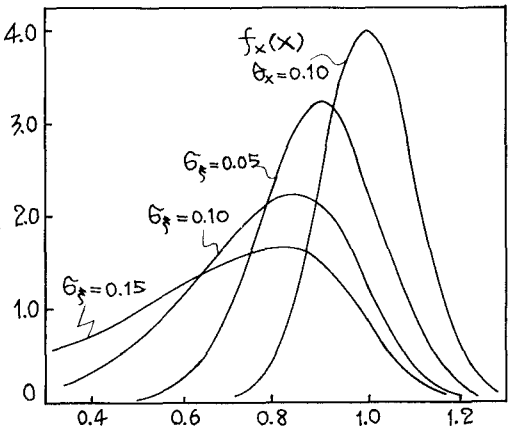


図-5 R の確率密度関数