

岐阜高専 正員 ○渡部卓郎

岐阜高専 正員 鎌田相互

1. はじめに

碎石道床は、周知のように列車荷重による動的繰返し荷重によって、碎石粒自身が徐々に弛み、いわゆる軌道狂いを生じ、それが一定の限度に達すると、軌道の補修作業を必要とする。軌道劣化に度連をもつと考えられる要素としては、衝撃荷重の大きさと繰返し回数、すなわち列車の通過トン数のほかに、列車振動に關係のある車両構造、特にそのばね下荷重による影響が考えられよう。また、たとえレール上に一定の車両荷重が加わって、ある大きさの衝撃荷重が発生しても、その直下のレール、まくら木に生ずる振動加速度とこれに起因する道床圧力とが、道床碎石の種類やその厚さ等によって同一ではない。さらに、軌道の動的現象は路盤の硬軟程度の影響も受けるから、道床碎石粒の混合度合や道床厚さの決定には、軌道全般の動的影響を考慮して決められるものとする。本研究においては、かかる軌道劣化の進行機構を究明するに際し、まず衝撃荷重により振動衝撃波が道床碎石中をいかに伝播して、道床圧力の減衰を来たすかについて考察を試みた。

2. 道床における衝撃波の伝播

軌道が衝撃作用を受けた場合の状態を解析的に取り扱うには、まず道床碎石中の波動の伝播速度と道床・路盤の各種組み合わせによる関係を明らかにする必要がある。またこれらの解析的表示が可能であることの必要がある。しかるに道床・路盤の構成体たる碎石粒、土砂は多様であり、また仮に同一種類の碎石粒、土砂に対しても、外的攪乱とその状態により複雑な応答を示し、これを統一的に解析することは不可能に近いが、軌道を構成するレール・まくら木・道床碎石・土砂等の複合基礎体の動的影響を論ずるに当っては、なんらかの方法でこれらの物理的定数を用いて振動波の伝播速度を表示する必要に迫られる。そこで最も簡単な場合として、軌道の構成主体となすと考えられる道床を複雑な碎石粒の集合体ではあるが、全体として弾性体あるいは粘弾性体として表示するものと仮定する。このような場合、道床・路盤の種別や力学特性と弾性波速度の關係が与えられない限りは、道床・路盤の弾性定数に相当するものか、これと等価な弾性波の速度をさらに仮定しなければならなくなる。本来、道床の構成体たる碎石は、もちろん連続な媒質ではなく、粒状体の集合であり、そこに流体や気体が介在して相異なった相から構成される媒質であると考えられる。このような媒質中における波動の伝播は完全弾性体におけるより複雑な様相を呈することは当然であるが、これを解析的に取り扱う理論の代表的なものとしては粒状媒質理論と多孔性媒質理論が挙げられよう。前者は主として縦波の伝播速度の応力依存性を説明するものであり、後者は孔けきの存在による波動伝播速度の変化を主な内容としている。

さて、碎石のような媒質では、孔けき率、すなわち間けき率が変われば、それに伴って媒質全体の力学特性や波動伝播速度なども変化するものと考えられ、間けき率や有効応力と弾性波動とは直接的な關係にあるとみなしてよいであろう。道床・路盤の衝撃時における挙動を説明する際には、このような間けき率や有効応力など、道床・路盤の特性を決定する諸量と弾性波速度との關係が必要となる。そこで以下において、このような問題についての力学モデル的な考え方を述べる。

3. 力学モデルの考え方

いま、道床は碎石粒を構成物質とする骨格とその空けきを占める流体とから構成されており、碎石の単位体積中に占める空けきの割合、すなわち間けき率を β とする。したがって、道床部分の体積 V_0 中の骨格の体積を V_s 、空けきの容積を V_f とするとき、 β は

$$\beta = V_f/V_0 = V_f/(V_s + V_f) \quad (1)$$

で与えられる。この場合、道床全体を巨視的にみて均質、等方性をもつものと仮定し、 β の値は道床のいかなる部分においても同一であるとする。いま、間げき率 β の道床の単位直方体を考える。このとき、この直方体の1つの面内において空げきの占める割合は、その面積を β 倍したものであると考えられる。いま、直交座標 x_j ($j=1, 2, 3$) において、 x_j 方向の空げき内の流体の流れの速度を

$$v_j^f = \partial u_j^f / \partial t \quad (2)$$

と表す。ただし、 u_j^f は x_j 方向への空げき内の流体の変化量である。この空げき内の流体の密度を ρ_f とすれば、質量保存則より、つぎのような連続の式が成立する。

$$\sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_f \beta v_j^f) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f \beta) = 0 \quad (3)$$

ここで取り扱うのは、振動による空げき内の流体の運動であり、 v_j^f は小さな値と考えてよいから、さらに β や ρ_f の divergent との積で表わされる項は省略することができる。したがって上式は

$$\rho_f \beta \sum_j \frac{\partial v_j^f}{\partial x_j} + \rho_f \frac{\partial \beta}{\partial t} + \beta \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

と書き改めることができる。

一方、空げきを占める流体の密度 ρ_f と作用する圧力 p との間には、次式の示性方程式が成立する。

$$\frac{d\rho_f}{\rho_f} = \frac{dp}{K} \quad (5)$$

ただし、 K は流体の体積弾性係数である。上式の圧力 p を用いて式(4)を書き改めると次式が得られる。

$$\beta \sum_j \frac{\partial v_j^f}{\partial x_j} + \frac{\beta}{K} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \beta}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

上式は間げき率 β の時間的変化により、その流体圧 p が変化することを示している。しかるに、この間げき率の変化は道床碎石粒の体積変化に比例する量と考えてよいから、上式の第3項はこの碎石粒の体積変化を用いて表わしうる。すなわち、

$$\beta \sum_j \frac{\partial v_j^f}{\partial x_j} + \frac{\beta}{K} \frac{\partial p}{\partial t} + C \frac{\partial}{\partial t} \sum_j \frac{\partial u_j^s}{\partial x_j} = 0 \quad (7)$$

ただし、 C は定数であり、 u_j^s は碎石粒の x_j 方向への変位量である。ここで上式(7)を時間に関して積分し、時間だけに関係する項を0とすれば、結局、上式はつぎのように書き改められる。

$$p = -K \sum_j \frac{\partial u_j^f}{\partial x_j} - Q \sum_j \frac{\partial u_j^s}{\partial x_j} \quad (8)$$

いま、空げきを占める流体ならびに碎石粒の軸方向ひずみをそれぞれ、 e_j^f 、 e_j^s と表わし、流体圧力 p を応力 σ に書き改めると、結局、次式が得られる。

$$\sigma = K \sum_j e_j^f + Q \sum_j e_j^s \quad (9)$$

一方、碎石粒に作用する応力 σ_j^s は碎石全体の軸ひずみ e_j^s と弾性定数 C_{jj}^s との積のほか、空げきの部分に発生する流体圧の影響を受けるが、この比例定数を Q' とすれば、次式が得られる。

$$\sigma_j^s = \sum_j C_{jj}^s e_j^s + Q' \sum_j e_j^f \quad (10)$$

しかるに、 K 、 Q 、 C_{jj}^s 、 Q' はいずれも弾性定数と考えられるが、道床碎石全体を等方性と仮定すれば、この係数マトリックスは対称でなければならない。すなわち、 $Q = Q'$ でなければならない。

つぎに、単位面積当りに作用する応力の分配を考える。いま、道床の単位面積当りに働く応力 σ_i^s は碎石粒の単位面積当りに作用する応力 σ_i^s と空げき部分の流体応力 σ が、それぞれが単位面積中に占める割合に比例的であるとすれば次式が成り立つ。

$$\sigma_i^s = (1-\beta)\sigma_i^s + \beta\sigma \quad (11)$$

上式に、式(9)、式(10)を用いれば、

$$\sigma_i^s = \sum_j \{ (1-\beta)C_{ij}^s + \beta Q \} e_j^s + \{ (1-\beta)Q + \beta K \} e_j^f \quad (12)$$

が得られる。ただし、上式には $Q = Q'$ の関係を用いてある。また、せん断応力に関しては、道床の単位面積に作用するせん断応力 τ_i^s はすべて、碎石粒によって受け持たれていると考えれば、単位面積中に占める碎石粒の部分の割合はその $(1-\beta)$ 倍であるから、 $\tau_i^s = (1-\beta)\tau_i^s$ となる。 τ_i^s : 碎石粒に作用しているせん断応力。