

(株)長大橋設計センター 正員 黒沼秀友

正員 工藤研二

正員 近江幸雄

1. はじめに

本報告は、(その1)の内容のうち特に大気の拡散を乱流拡散方程式によって定式化する過程と計算結果について述べるものである。

2. 基礎となる考え方

自動車排気ガスは、粉じん等と異なり大気の一員となって、その運動に完全に追従すると考えられる。故に

(1) 大気流は、排気ガスによって影響を受けず、したがって、その運動は、運動方程式・連続条件および地表面の状況などの境界条件によって定まる。

(2) この大気流は、排気ガスに対して、既に与えられた流れの場としてその運動を規定する。

3. 基礎となる理論

(1) 連続の方程式

大気の拡散は、平均流による輸送部分と乱流部分から成り、さらに後者は、大気流の乱れによる撓拌項と分子拡散項から成っている。このうち最後の分子拡散項は前二者と比較すると無視できる程小さい。したがって、乱流拡散は、本質的拡散である分子拡散の役割が軽微なもので、その大部分は、空気の流れによって生じるといえる。したがって、拡散は、流体力学の連続の方程式で表現されると考えられる。すなわち

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \operatorname{div}(\Gamma \cdot \mathbf{v}) = q \quad (1)$$

ここに、 Γ : 汚染物質の濃度、 $\mathbf{v}$: 流速ベクトル、 q : 排出強度、いずれも x, y, z の関数である。

(2) 基本方程式の発想

実際の現象では、 $\mathbf{v}$ および q が、したがって Γ も激しく変動しているが、これを忠実に追跡することは、原理的に不可能ではないが、現実的には以下の理由から困難であり、しかも、必要でもないであろう。

(a) 排気源強度を決定すべき交通流の諸条件を時間的に精察に与える事が出来ない。

(b) 同様に流速ベクトルも時間変化を克明に与えることができない。これらの交通工学的あるいは、気象学上の厳しい制限の中で Γ の精察な描写を行なうことは困難である。

(c) また最終的に汚染の程度を判定すべき、人体その他への影響を左右するのは、まず平均的な汚染水準である。したがって小刻みな変動成分の情報は、さしあたり不必要であって、仮に Γ の変化を克明に追跡した結果を得たとしても結局は何らかの平均量を構成することになるのである。

以上の理由から、乱流拡散(というよりむしろ撓拌)は、現象そのままの追跡よりも、予め統計処理を施した近似現象を考察すべきこととなる。この考えを定式化したのが拡散方程式である。

(3) 基本方程式

空気の圧縮性を無視し、適当な時間幅にわたっての平均値を大文字で書くと、大気中の乱流拡散方程式は

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \operatorname{grad} \Gamma = \operatorname{div}[\mathbf{K} \cdot \operatorname{grad} \Gamma] + Q \quad (2)$$

となる。ここでは、 Γ および $\mathbf{V}$ の変動成分の相関係数に対して Taylor の乱流理論を適用した。 $\mathbf{K}$ はその際導入される二次反変テンソル場であるが、特にデカルト座標系に対して対角型となる場合、次のようになる。

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \operatorname{grad} \Gamma = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) + Q \quad (3)$$

K_x, K_y, K_z は、大気流の乱流の状態から定まるもので、乱流拡散係数と呼ばれている。

4. 定常解の方法

3の(2)でも述べたように、交通量と気象の諸条件はある時間幅(たとえば1時間)にわたって平均的な数値か与えられる。また、結果として問題となるのは、生じる汚染の比較的長期(たとえば1時間)にわたる平均値であり、そして、問題となる現象は汚染の比較的長期(たとえば1時間)にわたる平均値である。この場合、諸条件がその時間幅にわたって一定であると設定することによって拡散方程式は定常解を有する。このための遷移時間は一般に短いのので、汚染の平均濃度と定常的濃度とを同一視することかできる。なおこの同一視は、流速ベクトルさえ時間的に不変であれば、排出強度がいかなる変動をしても正確に成り立つ。現在利用できる拡散係数の値はすべて定常状態に対してしか与えられていないので、その意味からも定常解の方法は重要である。

5. 流れの場について

言うまでもなく大気拡散という物理現象は拡散方程式で記述つくされる単純な拡散の場ではなく、拡散の媒体を演じる大気の流れの場が複雑に絡み合った、ひとつの総合的な場を有している。すなわち、一つのベクトル場(流速)と一つのスカラー場(汚染濃度)の合成された場である。したがって次の原則を設けることができる。

(1) 流れの場と拡散の場は同一の物理表現に対応すべきである。

(2) 流れの場の決定には、完全流体近似を、十分に活用すべきである。

また、建物がある程度密集している場合は、地表面付近では流れは強度に攪乱されて、上空の平均流のもつていた方向性を失ってしまうと考えるのが現実に近いであろう。このモデルでは、建物の高さと同様性から、適当に鉛直方向高さ(有効高さ)を定義し、この範囲内では、流れに方向性はなく、また鉛直方向には濃度に有意差なしと考えている。実際には流れも汚染濃度も激しく変動しているのであろうが、適当な長さの時間幅で平均すれば、ほぼ上記の状態が出現するであろう。

6. 微小攪乱理論の適用

地表面が比較的緩慢な傾斜をもつ場合の定常状態を考えると、十分上空の平均風は、一樣と考えられる。この主流方向に x 軸、鉛直方向に z 軸、また (x, y, z) が右手系となるように y 軸をとる。また、有効高さを h (x, y)とする。上空の平均風の風速(基準風速)を U とすると、その平均風速の速度ベクトルは、 $(U, 0, 0)$ であるが、地表面近くでの速度は、攪乱ポテンシャル φ を用いて

$$\mathbf{V} = (U, 0, 0) + \text{grad } \varphi \quad (4)$$

となり、 φ は次の微小攪乱理論により決定される。

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi} \iint \frac{\partial g}{\partial z} d\xi d\eta \quad (5)$$

$$r = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + \{z - h(\xi, \eta)\}^2]^{1/2} \quad (6)$$

また、拡散係数は一樣な風に対して与えられているが、微小攪乱の範囲内では、これを準用することか許される。

7. 拡散係数

このモデルでは、坂上式を用いた。すなわち、次式で表現される。

$$\left. \begin{aligned} k_x = k_y &= \alpha_1 \cdot U (1 - e^{-\alpha x}) / \varphi_1 \\ k_z &= \alpha_2 \cdot U \cdot z (1 - e^{-\alpha z}) / \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$\alpha_1, \varphi_1, \alpha_2, \varphi_2$ は別々に与える。 α は計算格子点間隔の最小値とした。

8. 収束状況

拡散方程式の数値解析のような多数回のくりかえし計算を要する場合各ステップでの演算の高速化を図るとともに、収束解を得る上の能率化が重要である。本モデルにおける収束状況例を示すと図のようになる。

なお、計算結果例は当日報告する。

