Ⅳ-121　除雪車走行ルート選定に関する一考察

苫小牧工業高等専門学校　正員○桝谷有三

北海道大学工学部　〃　加来照俊

1. まえがき

近年の自動車交通の進展にともなって、冬期積雪のみられる都市において、特に都市内街路においては夏期と同じような交通を呈している。従って、降雪・積雪による道路条件、交通条件の悪化は、都市内交通のまひ・混雑をまねく。一方これらに対処すべく、除雪路線の延長、除排雪の高度化等種々の対策が講じられている。しかし、さらに高度のサービスを提供するためには除雪機械の開発・除雪車の増強のみならず除雪車の合理的配置・合理的運用を考えなければならない。本文は、特に除雪車の合理的運用について考察を行なったものである。除雪車の増強をはかる事は、サービス向上の上からも望まれる所であるが、それとともに経費の増大をまねく。従って、限られた除雪車の台数で迅速に、効率的に行なう除雪計画が望まれる。本文は、除雪車が2台以上の場合に対して前報と同様スケジューリング問題に帰着した場合と、O.R.における0−1整数計画法に帰着した場合とについて考察を行なった。

2. 除雪車走行ルート選定問題に対するアプローチ

道路除雪問題に対しては、多くの考慮しなければならない要因（たとえば、降(積)雪量、除雪車の所要台数、除雪路線網、除雪完了時間など）がある。本文においては、ある一降雪に対してある与えられた除雪路線網を限られた除雪車で除雪する場合について考える。従って、問題は除雪車がどのような走行ルートを選定するとある目的関数（評価基準）を最大なり最小にするかとなる。また、目的関数としては種々考えられるが、本文においては除雪完了時間及び総除雪所要時間を考えた。

いま、与えられた除雪担当路線網をn個のノードとm個のアークをもつ有向グラフGとし、さらにこの路線網にN (≥ 2)台の除雪車が担当するものとして以下考察を進める。

1)スケジューリング問題によるアプローチ

いま、与えられたグラフGの枝行列（Edge Matrix）$\mathbf{E}$は(1)式で表わすことができ、また、スケジューリング問題における作業間の順序関係を示す行列と同じ考えのもとに、アーク相互間の順序関係を示すアーク順序行列$\mathbf{P}$を(2)式で表わすことができる。さらに、これらの行列の要素の間には(3)式で示される関係がある。この式

$$\mathbf{E}=\{e_{ij}\}=\begin{array}{c} \\ 1\\ 2\\ \vdots\\ m\end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc}1 & 2 & \cdots & m\end{array}\\ \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1m}\\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2m}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ e_{m1} & e_{m2} & \cdots & e_{mm}\end{bmatrix}\end{array} \quad \text{—— (1)}$$

ここで $e_{ij}=\begin{cases}1\text{；アーク}i\text{がある}\text{ノードに入連結，アーク}j\text{が同じノードに出連結なるとき}\\0\text{；しからざるとき}\end{cases}$

$$\mathbf{P}=\{p_{ij}\}=\begin{array}{c} \\ 1\\ 2\\ \vdots\\ m\end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc}1 & 2 & \cdots & m\end{array}\\ \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m}\\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2m}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mm}\end{bmatrix}\end{array} \quad \text{—— (2)}$$

ここで $p_{ij}=\begin{cases}1\text{；除雪車がアーク}i\text{をアーク}j\text{に直接先行して除雪するとき}\\0\text{；しからざるとき}\end{cases}$

$$p_{ij}=\begin{cases}1\text{または}0 & ;\ e_{ij}=1\text{のとき}\\ 0 & ;\ e_{ij}=0\text{のとき}\end{cases} \quad \text{—— (3)}$$

は、アークiとアークjがいずれのノードによっても連結されていないとき($e_{ij}=0$)、除雪車はアークiからアークjへの走行不可能を意味し、一方、$e_{ij}=1$のときにはアークiからアークjへの走行可能を意味する。従って、問題はそれぞれの行列の要素間に(3)式の関係を有しながら与えられた行列$\mathbf{E}$より各々の除雪車の走行ルートを示す行列$\mathbf{P}$を求めることになる。また、各アークはいずれかの除雪車によってかならず除雪され、それはただ1度のみである。すなわち、この事は与えられたグラフGの各アークを互に素なN個のパス列かサイクル列からなる部分集合に分割する事である。

以上の事を行列$\mathbf{P}$を用いて定式化を行なうと(4)〜(7)式の制約条件の下で(8)式の目的関数を最小にするア

ーク順序行列Pを求めることになる．さらに、各式について説明を加える．

$$\sum_{i=1}^{m} P_{ij} \leq 1 \quad (j=1,2,\cdots,m) \qquad \text{—} (4)$$

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ij} \leq 1 \quad (i=1,2,\cdots,m) \qquad \text{—} (5)$$

$$L(\mathbf{P}) = N \qquad \text{—} (6)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} P_{ij} = m-N \qquad \text{—} (7)$$

$$T_R = T_R(\mathbf{P}) \qquad \text{—} (8)$$

(4),(5)式は、各アークがいずれかの除雪車によって順次除雪されるための条件式である．(6)式はグラフGの各アークがN個のパス列かサイクル列によって分割されることの条件を$L(\mathbf{P})=N$によって表わしたものである．(7)式は、m個のアークを有するグラフGにN台の除雪車を投入したときに全体として付加されるべき順序関係の数を示す条件である．さらに、(8)式は前述の様に目的関数を除雪完了時間T_RとしたときT_Rを行列Pの関数として表わしたものである．この問題は、行列Eの要素e_{ij}が1である個数をMとすると${}_M C_{m-N}$の組合せから(8)式を最小にする一種の組合せ的な最適問題となるので、D.P.あるいは分岐限界法を用いることによって解きうる．以上によって求められる各々の除雪車の走行ルートは出発位置を固定しない、いわゆる除雪車のターミナルを考えない場合である．従って、与えられた除雪路線網を最小の時間で除雪する方法であり、また各除雪車を各ルートの最初に除雪されるアークに結合しているノードに配置される事が望まれる．しかし、実際的にはターミナルは固定されていて、除雪の開始とともに各々の除雪車はそのターミナルより出発する場合が考えられる．この様な場合に対しては以下でのべるO.R.における0－1整数計画法より考察した．

2) 0－1整数計画法によるアプローチ

いま各除雪車が走行可能なk本の走行ルートを選定したとき、$R_j \ (j=1,2,\cdots,k)$を第j番目の走行ルート，t_jを第j番目のルートを除雪するのに要する時間とする．また、各ルートR_jに0－1変数x_jを割りあて$x_j=1$ならばj番目のルートを選び、$x_j=0$ならば選ばないとする．また、(9)式で示される行にアークを列に走行ルートを除雪車走行ルート行列Aを考える．さらに、0－1変数x_jのk次ベクトルを$\mathbf{x}$とすると問題は、(10)～(12)式の制約条件の下で目的関数(13)式を最小にする事になる．(10)式は各アークがかならずいずれかの走行ルートに属することを意味し、また(11)式は選ばれる走行ルートの数は除雪車台数に等しいことを示している．さらに、(13)式は目的関数である総除雪所要時間を表わしている．この場合は、前述の様に事前に走行ルートを選定する手間を要する．しかし、1)の様なターミナルを固定しないときも考えられる．また、従来経験的に行なわれていたと思われるこの種の問題をより数理的に解きうる方法である．この問題は、行列Aおよび右辺の各要素が0あるいは1という特殊な形を示しているため比較的簡単に解きうる0－1整数計画法である．

$$\mathbf{A} = \{a_{ij}\} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & \cdots & k \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mk} \end{bmatrix} \end{array} \qquad \text{—} (9)$$

ここで $a_{ij} = \begin{cases} 1 ; \text{アーク}i\text{が走行ルート}j\text{に含まれているとき} \\ 0 ; \text{しからざるとき} \end{cases}$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \geq \mathbf{1} \qquad \text{—} (10)$$

$$\sum_{j=1}^{k} x_j = N \qquad \text{—} (11)$$

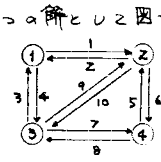
$$x_j = 1 \text{ または } 0 \quad (j=1,2,\cdots,k) \qquad \text{—} (12)$$

$$T_L = \sum_{j=1}^{k} t_j \times x_j \qquad \text{—} (13)$$

ここで $\mathbf{1} = (1\,1 \cdots 1)^T$，Tは転置を示す．

3. 計算例

図－1に示す簡単な路線網に対して2台の除雪車で除雪するとし、各ノードにおける転回の損失時間が大なるいは禁止されているとする．そうすると1)の方法によりひとつの解として図－2に示される順序行列が得られた．



図－1

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

図－2

4. あとがき

以上ある一降雪に対する除雪計画について考えたが、今後はさらに長時間連続的に降る場合についても考察を加えたい．また前述の各要因間の関連性、除雪路線網増加に対する除雪車配車計画の信頼性を考慮するための感応分析などについても研究を進めたい．

参考文献　最適除雪ルート探索法に関する基礎的考察 → 桝谷 加来 土木学会道支部第30号
施工計画における最適ネットワーク作成法に関する一考察；吉川 他 土木学会論文報告集 第182号