

IV-118 FLOATの最適配分について

清水建設土木技術部

神戸口夫

同上

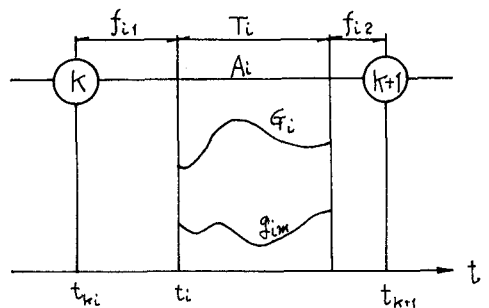
正員。高崎英邦

1 はじめに 著者等は才28回年次学術講演会に於いて、PERT、CPMのFree Floatに着目し、その建設工事管理への活用の可能性を提示した。即ち、工事の円滑化や作業前運営システムの一助となるよう、従来任意にActivity内で消費できるとされていたF.F.を、最適に配分化する概念である。前報では主として、問題を定式化し最適政策（合理的F.F.配分の決定）を導く評価関数を定義した。

本報の目的は、前回に引き続いて、この評価関数の数値計算法の提案と、本法の適用性の検討にある。最初に前報の内容を概説し、次に評価関数の最適解を求める数値計算法として、多段決定過程である動的計画法への定式化を試み、また若干の考察を加える。

2 問題の定式化と評価関数の誘導

図に示すごとくPERTの一部を取り出してモデル化する。ここで言うFloatは、対象工事の性質にもよるが、簡便上一般Free F.を意味しておく。即ち、この場合の t_{ki} , t_{k+1} は最早開始時刻(E.T.)を示すことになり、また i -Act. (A_i)のFloat f_i は、 A_i の前後に分割可能なものとしておく。関数 G_i は、 A_i を特徴づける或る量で、管理対象によって単位に相違があるが、要するに他のActivityとの絶対的量の差を示すものである。4節で考察するが、例えばそのAct.に要するManpowerの時間的変動などである。各 A_i について予め $G_i(t)$ を算定しておき、次に工事に共通な時間で座標変換を行なう。そしてこれらの関数をtotalしたものは次式に示すごとく、全工程に渡る或る量の時間的推移を表す。



T_i : Duration

$f_{i1} + f_{i2} = f_i$: Free Float

$$G(t) = \sum_{i=1}^N G_i(t - t_{ki}) \quad N: \text{Activityの数} \quad (1)$$

但し $t_{ki} \leq t \leq t_{ki} + f_i$

時間をfactorとする(1)式は、工程管理上一般に凹凸の少ない平滑な曲線であることが望ましい。ここでは評価の基準として、関数 $G(t)$ からそれ自身の時間平均値までの距離の自乗和、を定義する。即ち評価関数は(2)式で与えられる。

$$E_f = \int_0^{T_0} |G(t) - MG|^2 dt \quad (T_0: \text{工期}) \quad (2)$$

但し、平均値 MG は(3)式で示され、 $G_i(t)$ のみで計算できるので定数となる。

$$MG = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} G(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \sum_{i=1}^N G_i(t - t_{ki}) dt = \frac{1}{T_0} \sum_{i=1}^N \int_0^{T_i} G_i(t) dt \quad (\text{座標変換}) \quad (3)$$

最適政策(より平滑な曲線 $G(t)$)は、評価関数(2)式をMinにする各Act.の t_{ki} を決定することによって得られる。(2)式を展開し適当な座標変換を行なうと、次式に変形できる。

$$\sum_{i=1}^N \int_0^{T_i} G_i(t)^2 dt + 2 \int_0^{T_0} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_i(t - t_{ki}) \cdot G_j(t - t_{kj}) dt - 2MG \sum_{i=1}^N \int_0^{T_i} G_i(t) dt + MG^2 \int_0^{T_0} dt \quad (2)$$

上式の才1,3,4項は各々定数となり、結局才2項を2で除したのを評価関数と定義し直して良い。

$$E_f = \int_0^{T_0} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_i(t - t_{ki}) \cdot G_j(t - t_{kj}) dt \quad (\text{積分範囲拡張}) \quad (4)$$

但し、 $0 \leq t_{ki} \leq t_i \leq t_{ki} + f_i$, $i = 1, 2, 3, \dots, N$

動的計画法への定式化 一般に評価関数(4)式は、不連続点を多数含む任意の幾何学的形状を示すことが多い。それ故、通常の非線形計画法を適用することは困難であり、また直接探索法も現実的でない。この節では(4)式を変形して多段決定過程の問題とし、動的計画法への定式化を試み、各 t_i を求める手法を表したい。評価関数の一般項を次のように変形する。 $t - t_i = T$, $t_i - t_i = T_{ij}$ と置くと、

$$f_{ij}(T_{ij}) = \int_{-\infty}^{\infty} G_i(t) \cdot G_j(t - T_{ij}) dt \quad (\text{改めて } T \rightarrow t \text{ に変換}) \quad (5)$$

$$t_{kj} - (t_{ki} + f_i) \leq T_{ij} \leq (t_{kj} + f_j) - t_{ki} \quad (6)$$

と表せる。また、 $T_{ij} = t_j - t_i$ より次の関係式が得られる。

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N T_{ij} = \sum_{m=1}^{[N]} \{ (N-1) - 2(m-1) \} \cdot T_{m, N-(m-1)} \quad , \quad [] : \text{ガウス記号} \quad (7)$$

(6)の関係より、(7)式は次の不等式条件を満足しなければならない。

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \{ t_{kj} - (t_{ki} + f_i) \} (=A) \leq \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N T_{ij} (=T) \leq \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \{ (t_{kj} + f_j) - t_{ki} \} (=B) \quad (8)$$

以上を整理すると、(6)式及び

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N C_{ij} T_{ij} = T \quad (A \leq T \leq B) \quad , \quad (\text{但し 係数 } C_{ij} \text{ は (7) 式右辺の係数と満足する}) \quad (9)$$

の制約条件のもとで、評価関数

$$E_f = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N f_{ij}(T_{ij}) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \int_{-\infty}^{\infty} G_i(t) \cdot G_j(t - T_{ij}) dt \quad (4)$$

を最小にする問題に帰着され、これは動的計画法を用いて T_{ij} が求められる。その関数方程式は、

$$F_{ij}(T) = \min_{T_{ij}} [f_{ij}(T_{ij}) + F_{i,j-1}(T - C_{ij} T_{ij})] \quad F_{12}(T) = f_{12}(T) \quad (10)$$

となる。次に、求められた T_{ij} を N 個用い、 N 元連立一次方程式を解いて、最適政策となる各 t_i を決定すれば良い。即ち、これが Act. Al の最適開始時刻となる。

4 考察 本法を適用するに当たってはいくつかの問題点が存在する。まず Act. と特徴づける $G_i(t)$ の決定があり、何によって管理するか、即ち原価、労務、機械管理等の違いによってその単位も異なる。また適用の範囲も制限されてくるだろう。実用性から言って、Detail Network への応用は困難で、比較的大規模な工事の Master N. に利用の可能性があり、従って $G_i(t)$ も必要以上の精度で求めることは無い。この方法は、山崩し法の理論的根拠を与えるもので、土木工事に展開できる場面も少なくないと思われる。いづれにしても Float を配分化するのは、Network 全経路の準 Critical Pass 化に通じることと念頭に置けば、完全管理の可能な分野での応用がむしろ期待できる。今回は比較的簡単に取扱える Free Float を対象として定式化した。特定の Float に限らない場合でも適用できる拡張解を誘導することが望ましい。即ち、工場生産と異なって外的因子に作用され易い土木の特殊性から、後日の計画設計変更に際しても、直ちに対応できる System にしなければならない。このことは、施工企業体にとっての課題である。資材(仮設)や機械の稼働率の向上、各作業所の配員及び忙度の平均化等、即ち集中管理 System への過程へと通じるものである。

参考文献

神戸・高崎：FLOATに関する一考察，才28回年次学術講演会概要集，才4部，，鍋島：動的計画法，森北出版，，志水：システム制御と数理計画法，コロナ社，，新しい工程管理手法の手引，清水建設，，宮内・宇津橋：施工技術者のためのネットワークプランニング，日刊工業新聞社