IV-78　　モーダルスプリットのLPモデルについて

徳島大学　正　青山吉隆

〔1〕 序

モーダルスプリットを推定するためのモデルのうち、トリップ・インターチェンジ・モデルは1つのODペアのOD交通量を複数のモードへ配分するためのモデルである。本論はトリップ・インターチェンジ・モデルに属するが、モデルの重点は、モーダルスプリットの予測というより、むしろ最適なモーダルスプリットの探索である。すなわち交通手段の選択行動の中で、利用可能な交通手段の供給量（交通容量），サービス水準（輸送時間、輸送費用など）、および消費者（交通利用者）の選好状態が与えられている場合に、消費者にとって最適なモーダルスプリットを明らかにして、総合交通体系の整備計画に応用することを目的とするものである。

〔2〕 損失関数の仮定と合理的選択

消費者の合理的選択の仮説の下にモーダルスプリット・モデルを提案したのは坂下モデルを始めとする。坂下モデルにおいては、消費者の選好状態を損失（あるいは不効用）という概念で表現する。交通手段 $j$ を利用した場合の消費者の支払う損失 $S_j$ は、その交通手段の輸送時間 $t_j$ と輸送コスト $C_j$ の関数として、式(1)で与えられる。

$$S_j = C_j + \omega t_j \qquad (1)$$

ここに $\omega$ は時間価値であり、消費者の間で異なっており、確率変数と考える。そして、消費者は複数の交通手段の中から、この損失が最小となる交通手段を選択するという仮説を設け、$\omega$ の確率密度関数から、各交通手段が選択される確率を求め、これを分担率の推定値とするのである*。

以上の合理的選択のプロセスは次のようにしてLP問題として表現することができる。まず確率変数 $\omega$ を離散的なN個の数列 $\omega_1, \omega_2, \cdots\cdots, \omega_N$ によって代表し、$\omega_i$ の時間価値をもつ消費者の比率を相対度数 $f_i$ によって表わす。すなわち、消費者を時間価値によってN個の級に分割し、級 $i$ は時間価値 $\omega_i$ をもち、消費者全体の中で $f_i$ の割合を占めるとするのである。明らかに式(2)が成立する。

$$\sum_{i=1}^{N} f_i = 1 \qquad (2)$$

さて、級 $i$ の1人の消費者が交通手段 $j$ を選択したとするとき、その消費者の支払う損失 $S_{ij}$ は、

$$S_{ij} = C_j + \omega_i t_j \qquad (3)$$

さらに級 $i$ の消費者の交通手段 $j$ への分担率を $P_{ij}$ とすると、級 $i$ の消費者の支払う損失の期待値は

$$\sum_{j=1}^{M} S_{ij} P_{ij} = \sum_{j=1}^{M} (C_j + \omega_i t_j) P_{ij} \qquad (4)$$
$$(i = 1 \sim N)$$

ここに $M$：利用可能な交通手段の数

$$\sum_{j=1}^{M} P_{ij} = 1\ ,\quad P_{ij} \geq 0 \qquad (5)$$
$$(i = 1 \sim N,\ j = 1 \sim M)$$

よって全消費者数（OD交通量）を $T$ とすると、消費者が交通手段の選択のために支払う損失 $S$ は

$$S = T \cdot \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} f_i (C_j + \omega_i t_j) P_{ij} \qquad (6)$$

そして坂下モデルにおける合理的選択のプロセスは、式(5)の制約の下に、式(6)の損失を最小にする $P_{ij}$ を求めることと同義であることは明らかである。

〔3〕 交通容量の制約

上のモデルの最適解を $P_{ij}^*$ とするとき、交通手段 $j$ への需要 $D_j$ は次式で与えられる。

$$D_j = T \sum_{i=1}^{N} f_i P_{ij}^*\ , \quad (j = 1 \sim M)\ , \qquad (7)$$

一方、坂下モデルでは、分担率を求めるプロセスにおいて、各交通手段の供給量が有限であることは何ら考慮されていない。つまり坂下モデルの与える交通手段別の分担率は、それぞれの交通手段の容量が無限大である場合の消費者選好の結果であり、予測された需要

は潜在需要とみなすことが適当であると思われる。したがって交通手段 $j$ の容量を $K_j$ とするとき、坂下モデルあるいは前記LPモデルから求められる需要 $D_j$ については、$D_j \leq K_j, (j=1 \sim M)$ は保障されない。現実には当然の事として、各交通手段に対する需要は供給（容量）を超過できないから、消費者の合理的選好のプロセスは式(8)の制約下に置かれる。

$$T \cdot \sum_{i=1}^{N} f_i p_{ij} \leq K_j, \quad (j=1 \sim M) \qquad (8)$$

よって、利用可能な交通手段の供給量（$K_j, j=1 \sim M$），サービス水準（$t_j, C_j, j=1 \sim M$），および消費者の選好状態（$\omega_i, f_i, i=1 \sim N$）を与件としたとき、消費者の支払う損失を最小にするモーダルスプリットは次のLP問題の解によって与えられる。

$$\text{object}: \quad S^* = \underset{\{P_{ij}\}}{\mathrm{Min}} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} T \cdot (C_j + \omega_i t_j) f_i p_{ij}$$

$$\text{subject to} \begin{cases} T \sum_{i=1}^{N} f_i p_{ij} \leq K_j, (j=1 \sim M) \\ \sum_{j=1}^{M} p_{ij} = 1, \quad (i=1 \sim N) \\ p_{ij} \geq 0, \quad (i=1 \sim N, j=1 \sim M) \end{cases}$$

そして、このLP問題の最適解 $P_{ij}^*$ によって、各交通手段の分担率 $Q_j^*$，交通需要 $D_j^*$ の最適解が次式で与えられる。

$$Q_j^* = \sum_{i=1}^{N} f_i P_{ij}^*, \quad (j=1 \sim M) \qquad (9)$$

$$D_j^* = T \cdot Q_j^*, \quad (j=1 \sim M) \qquad (10)$$

〔4〕 整備計画と本モデルの関係

まず整備計画のための重要な情報は、本モデルの双対問題によって得られる。交通容量 $K_j$ のシャドウ・プライス $\lambda_j$ は、交通容量の限界価格を表わしている。すなわち、交通手段 $j$ の容量を1単位増設整備したとき、消費者の損失が $\lambda_j$ だけ減少することを意味する。したがって、それぞれの交通手段の容量のシャドウ・プライス $\lambda_j, (j=1 \sim M)$ の大きさは、整備の効果を示すものであり、整備計画に多くの示唆を与えることができる。

また整備計画の代替案を比較するためには、本モデルの感度分析によるのが有効である。感度分析によって消費者の損失に影響を及ぼさないパラメータの変動域を知ることができるから、効果のない整備計画をチェックすることが可能となる。さらに代替案を直接比較するためには、各代替案に応じたパラメータを与えて、LP問題を解けばよい。1つの代替案について、次のような政策パラメータを変化させることができる。

- 交通容量の増設　$K_j \to K_j + \Delta K_j$　$(\Delta K_j \geq 0)$
- サービス水準の改良　$C_j \to C_j + \Delta C_j$，$t_j \to t_j + \Delta t_j$　$(\Delta C_j \leq 0, \Delta t_j \leq 0)$
- 運賃体系の改訂　$C_j \to C_j + \Delta C_j$　$(\Delta C_j \gtrless 0)$

（いずれも $j=1 \sim M$）

そしてこの新しいパラメータにもとづいて、LP問題を解き、そのときの損失の最小値を $S^* - \Delta S^*$ とすれば、この $\Delta S^*$ がその代替案の効果であるといえる。したがって、各代替案の実施に必要な費用とこの効果とを比較すれば、費用便益分析によって、最適な代替案を探索することができる。また新交通機関のように既存のパラメータがない場合にも、$K_j = 0$ の状態から整備されたと考えれば、その新交通機関の整備にともなう効果を同じ手法で求めることが可能である。

こうしてLPモデルによるモーダルスプリットの決定は、整備計画のために有効な情報を提供し、また整備計画の代替案を比較するためにも有効なモデルであるといえよう。

〔5〕モーダルスプリットの予測と本モデルの関係

本モデルの結果として求められるモーダルスプリットは消費者の損失を最小化するものであって、予測値として位置づけられるものではない。しかし消費者の損失関数が十分に現実を反映したものであれば、そして消費者が経済的に合理的な行動をしていると仮定できるならば、本モデルによって求められるモーダルスプリットを予測値として位置づけることも可能である。しかし上記仮説を現実のデータによって検証することがまず必要であり、今後の研究課題としたい。

*. N. Sakashita; "A Microscopic Theory of Traffic Assignment," Papers and Procedings of 1st Far East Conference of Regional Science Association, 1963