

# IV-58 視準するときのボールの致心誤差について

日本大学理工学部 正員 龜田 和 昭

トラバース測量などで、測角するとき、視準物としてボールを使用する場合が多い。このような、ボールを使用しての測角値の誤差について、いままでに調べて来たが、本文は、測角誤差の原因のうち、視準するときのボールの中心が、正しく測尺上にないために起るボールの偏心誤差について調べ、測角誤差のうち、ボールの致心による誤差を求めてみたものである。

測尺とボール中心との偏心誤差をみるため、次のような実験を行なった。使用したボールは現在使用中の直径3 cm ボールから任意に100本を抽出した。これらのボールは石突き先端がほとんど完全なものから、かなりつぶれているものまであるが、甚だしくつぶれたものは常時順次廃棄しているので含まれていないので、通常一般に使用中の状態のものとしてよい。測尺としては、地面に木杭を打ち込みその頭部に小釘を打つたものを設け、この測尺上にボールを鉛直に立てたものを近距離から望遠レンズを付けて撮影した。このとき、ボールの石突きはどれも多少ゆがんでいるので、その曲りの最大量が写真機の方を向くようにした。このような写真画面上から、スケール目盛の入った拡大鏡をもちいて、ボールの偏心誤差等を求めてみた。

## 1. ボールの太さ

一般に直径3 cm ボールとして市販されているものの平均的太さを知ろうと測定した結果は、

$$\text{平均値} = 30.03 \text{ mm}, \quad \text{標準偏差} = \pm 0.87 \text{ mm}$$

で、80%が30 mm  $\pm$  1 mmの範囲に入っており、最大寸法のもので32.4 mm、最小のもので28.5 mmであった。

## 2. 石突き先端の中心とボールの中心との偏心

石突きの先端は少しつぶれているので、そのつぶれている中の中心とボールの中心の偏心量が最大である方向からの写真画面より測定した結果、偏心量の平均値  $E$  は、

$$E = 1.34 \text{ mm}, \quad \text{標準偏差} = \pm 1.07 \text{ mm} \quad \text{で、最大のもので} 6.7 \text{ mm}、\text{全体の} 76\% \text{は} 2 \text{ mm} \text{以下の偏心であった。}$$

石突き先端の中心とボール中心との偏心量が  $E$  であるボールを任意の向きに立てて視準したときに視準方向からの偏心中等誤差  $d$  は、

$$d^2 = \frac{\int_0^{2\pi} (E \cos \theta)^2 d\theta}{2\pi} = \frac{E^2}{2}$$

と考えられる。  $E = 1.34 \text{ mm}$  を代入すると  $d = \pm 0.95 \text{ mm}$  となる。

$E$  の量は、通常、ボールを見るとかなり石突きの曲りが目につくが、測定してみると以外に小さな値である。

## 3. 石突き先端の中心と測尺との偏心

ボールの石突きは使用しているうちに次第につぶれて来る。甚だしくつぶれたものは廃棄するわけであるが、或る程度つぶれているものは、そのまま使用している。このように、石突きの先端のつぶれている中の中心と測尺とを正しく合わせてボールを立てた場合、どの位の偏心があるかを調べてみた。石突きのつぶれ中が大きいほど偏心誤差が大きいため、石突きのつぶれ中によって次の3グループに分け、石突きのつぶれ中及び、石突き先端の中心と測尺との偏心中等誤差を求めた結果を表-1に示す。

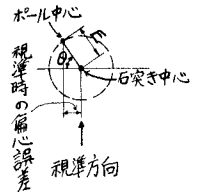
|        |                  |
|--------|------------------|
| A グループ | 石突き先端のつぶれ中4 mm以内 |
| B グループ | " 4 mm ~ 10 mm   |
| C グループ | " 10 mm 以上       |

| グループ      | A          | B          | C          | 全体         |
|-----------|------------|------------|------------|------------|
| 石突きの 平均 値 | 2.57       | 6.96       | 11.86      | 6.20       |
| つぶれ中 標準偏差 | $\pm 0.64$ | $\pm 1.72$ | $\pm 1.65$ | $\pm 1.41$ |
| 偏心中等誤差    | $\pm 0.51$ | $\pm 0.89$ | $\pm 0.98$ | $\pm 0.89$ |

表-1

## 4. 測尺とボール中心の偏心

測尺と石突きの中心とを合わせてボールを立てた場合の測尺とボール中心との偏心をみると、まず、石突き中



心と測点との偏心中等誤差を  $m$  とし、次に任意にボールを立てたときの石突き中心とボール中心との偏心中等誤差を  $d$  とすれば、測点とボール中心との偏心中等誤差  $\varepsilon$  は、

$\varepsilon = \pm \sqrt{d^2 + m^2}$  で求められる。 $d, m$  に前述の値を代入してこの  $\varepsilon$  の値を計算したものが表-2 である。

| $\gamma n^\circ$ | A          | B          | C          | 全体         |
|------------------|------------|------------|------------|------------|
| $d$              | $\pm 0.95$ | $\pm 0.95$ | $\pm 0.95$ | $\pm 0.95$ |
| $m$              | $\pm 0.51$ | $\pm 0.89$ | $\pm 0.98$ | $\pm 0.89$ |
| $\varepsilon$    | $\pm 1.08$ | $\pm 1.30$ | $\pm 1.36$ | $\pm 1.30$ |

表-2

### 5. 測角誤差に与える影響

測点とボール中心の偏心中等誤差によって生じる測角誤差  $\delta$  は、視準距離を  $l$  とすれば、

$$\delta'' = \frac{\varepsilon}{l} \rho''$$

である。いま、視準距離がそれぞれ  $a, b$  である測点はさむ角を測定するものとするれば、この  $\varepsilon$  による角誤差、つまりボールの致心誤差  $\Delta\theta$  は、観測方法（倍角数、対回数）に関係なく

$$\Delta\theta^2 = \left(\frac{\varepsilon}{a} \rho\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{b} \rho\right)^2 = \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) \varepsilon^2 \rho^2 = \frac{1}{a^2} (1+K^2) \varepsilon^2 \rho^2 \quad \text{ただし } K = \frac{b}{a}$$

となる。この値を表-3 に示す。

表-3

| K                         |    | K = 1 |      |      |     |     |     | K = 2 |      |      |      |     |     |
|---------------------------|----|-------|------|------|-----|-----|-----|-------|------|------|------|-----|-----|
| 距離 $a$ (m)                |    | 5     | 10   | 25   | 50  | 100 | 200 | 5     | 10   | 25   | 50   | 100 | 200 |
| $\pm \Delta\theta$<br>(秒) | A  | 63.0  | 31.5 | 12.6 | 6.3 | 3.2 | 1.6 | 99.6  | 49.8 | 19.9 | 10.0 | 5.0 | 2.5 |
|                           | B  | 75.8  | 37.9 | 15.2 | 7.6 | 3.8 | 1.9 | 119.9 | 60.0 | 24.0 | 12.0 | 6.0 | 3.0 |
|                           | C  | 79.3  | 39.7 | 15.9 | 7.9 | 4.0 | 2.0 | 120.5 | 62.7 | 25.1 | 12.5 | 6.3 | 3.1 |
|                           | 全体 | 75.8  | 37.9 | 15.2 | 7.6 | 3.8 | 1.8 | 119.9 | 60.0 | 24.0 | 12.0 | 6.0 | 3.0 |

表-3 から、A グループは  $\Delta\theta$  がやや小さく、B と C グループはほとんど同じである。この両者の差から、視準距離が小さいときは、先端のとがったボールをもちいる方が有利であるが、距離が大きくなるとその差はなくなることもわかる。そして、距離が近いときは、いずれも  $\Delta\theta$  がかなり大きな測角誤差の原因になってしまう。

ボールを視準したときの測角誤差の原因としては、完全に調整されたトランシットをもちいたものとするれば、

(1) 器械の致心誤差によるもの、 (2) 目盛の読取誤差、 (3) 視準誤差

(4) ボールの致心誤差によるもの、 (5) その他

が考えられる。

いま、C 秒読みのトランシットで、器械の最大致心誤差を  $e$  として、視準距離  $a, b$  はさむ角  $\alpha$  を  $n$  倍角法で測定するものとするれば、上記の測角誤差の原因のうち、(1) による中等致心誤差  $\Delta\theta_1$ 、(2) による中等読取誤差  $\Delta\theta_2$ 、および (3) による視準誤差  $\Delta\theta_3$  は太さ 3 cm のボールの場合、 $K = a/b$  とおいて、

$$\Delta\theta_1^2 = \frac{\rho^2 e^2}{3 a^2} \left( \frac{1+K^2}{2} - K \cos \alpha \right), \quad \Delta\theta_2^2 = \frac{C^2}{12 n^2}, \quad \Delta\theta_3^2 = \frac{11.365^2}{n a^{0.226}} (1+K^{0.226})$$

であった（表21、25回土木学会学術講演会発表）。(4) についてはさきに述べたように  $\Delta\theta$  であった。

(4) についてはさきに述べたように  $\Delta\theta$  であった。

(5) については、更に吟味せねばならないが、熟練者が、注意深く測定すればあまり大きな値ではないであろう。

以上のことから推定して、この場合の測角誤差  $\Delta$  は、

$$\Delta^2 = \Delta\theta_1^2 + \Delta\theta_2^2 + \Delta\theta_3^2 + \Delta\theta^2 = \frac{\rho^2 e^2}{3 a^2} \left( \frac{1+K^2}{2} - K \cos \alpha \right) + \frac{C^2}{12 n^2} + \frac{11.365^2}{n a^{0.226}} (1+K^{0.226}) + \frac{1}{a^2} (1+K^2) \varepsilon^2 \rho^2$$

で求められる。