

1. はじめに

高速道路で事故渋滞が発生したとき、上流側で事故区間へ進入する交通量を制限して、渋滞拡大の緩和・解消を図ることがある。本文では、波動理論を用いてこの場合の渋滞現象を解析し、交通量制限の効果を検討する。

2. 渋滞の伝播特性

2.1 交通量が変化するまでの状況 --- 時刻 $\theta = -d$ (事故処理終了時刻が $\theta = 0$, d は閉塞時間), 位置 $\xi = 0$ (車の進行方向が正) において事故が発生し、交通容量が平常時の q_c より q_1 に減少し ξ とすると、衝撃波 (渋滞最後尾) の軌跡は次式で表わされる。¹⁾

$$\xi_I(\theta) = -u_f(S/z)(\theta + d) \quad \text{--- (1)}$$

ここに、 u_f は自由速度, k_f は飽和密度, k_0 は事故前の密度, α は車線の閉塞度: $\alpha = 1 - q_1/q_c$ --- (2), S は無次元量: $S = \sqrt{\alpha - 1 + 2k_0/k_f}$ --- (3) である。流れの速度 v と密度 k の間に次式の線形関係:

$$v = u_f(1 - k/k_f) \quad \text{--- (4)} \quad \text{が仮定され、上式が誘導されている。}$$

2.2 交通量変化後の状況 --- 図-1 に示すように、時刻 $\theta = -d + d_1$

($0 \leq d_1 \leq d$) より渋滞後尾への交通量が当初の q_0 から

$$q'_0 = \beta q_0 \quad (0 \leq \beta \leq 1) \quad \text{--- (5)} \quad \text{に減少し ξ とすると、}$$

それ以後衝撃波の伝播速度は $(q'_0 - q_1)/(k'_0 - k_1)$ となる。 k'_0, k_1 はそれぞれ q'_0, q_1 に対応する密度で、(4) 式の仮定および $q = kv$ の関係から

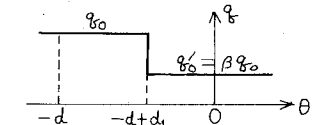


図-1 渋滞後尾への交通量の減少

$$k_1/k_f = (1 + \sqrt{\alpha})/2 \quad \text{--- (6)}, \quad k'_0/k_f = \{1 - \sqrt{1 - 4\beta(k_0/k_f)(1 - k_0/k_f)}\}/2 \quad \text{--- (7)}$$

が成立する。したがって、 $\theta = -d + d_1$ 以後の衝撃波の軌跡は次式で表わされることになる。

$$\xi_I(\theta) = -u_f(S'/z)(\theta + d) - u_f(S - S')d_1/2 \quad \text{--- (8)}, \quad S' = \sqrt{\alpha - 1 + 2k'_0/k_f} \quad \text{--- (9)}$$

2.3 事故処理終了後の状況 --- 時刻 $\theta = 0$ に事故処理が終了したとすると、この時刻より $k_1 \geq k \geq k_0$ (k は q に対応する密度) なる発進波が次々と交通流中を伝播する。発進波 k_1 の軌跡は次式のようになる。

$$\xi_{R_1}(\theta) = -u_f(1 - 2k_1/k_f)\theta \quad \text{--- (10)}, \quad \xi_{R_0}(\theta) = -u_f\alpha\theta \quad \text{--- (11)}$$

(8), (11) 式から発進波 k_1 は衝撃波 k_0 $\theta_0 = \{(S - S')d_1 + S'd\}/R'$, $\xi_0 = -u_f\alpha\theta_0$ --- (12) において追いつくことになる。ここに、 $R' = \sqrt{\alpha - 1 - 2k'_0/k_f}$ --- (13) である。時刻 θ_0 以後衝撃波々々下流側の交通処理能力が刻々増加していくので、衝撃波も刻々伝播速度を変化させていくことになる。その軌跡は、微分方程式 $\frac{d\xi}{d\theta} = \frac{q'_0 - q}{k'_0 - k} = u_f(1 - \frac{k'_0 - k}{k_f})$ の初期条件 (θ_0, ξ_0) の解で与えられ、次式のようになる。

$$\xi_I(\theta) = u_f(1 - 2k'_0/k_f)\theta - u_f\sqrt{R'}\{(S - S')d_1 + S'd\} \cdot \sqrt{\theta} \quad \text{--- (14)}$$

3. 最大渋滞長と渋滞解消時刻

3.1 最大渋滞長 --- S' の符号 (q'_0 と q_1 の大小関係) により最大渋滞長を与える位置 ξ_2 が相違する。

$$(1) S' > 0 \text{ すなわち } q'_0 > q_1 \text{ のとき (図-2 参照)} \quad |\xi_2| = \frac{u_f R' \{(S - S')d_1 + S'd\}}{4(1 - 2k'_0/k_f)} \quad \text{--- (15)}$$

$$(2) S' \leq 0 \text{ すなわち } q'_0 \leq q_1 \text{ のとき (図-3 ~ 6 参照)} \quad |\xi_2| = u_f(S/z)d_1 \quad \text{--- (16)}$$

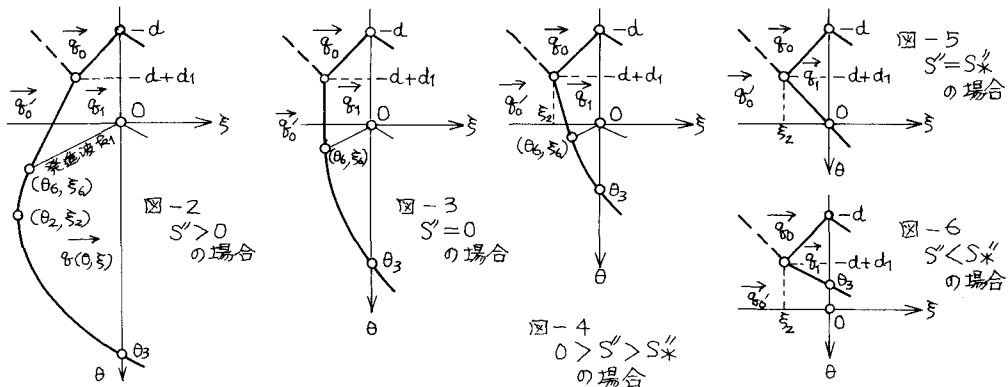
3.2 渋滞解消時刻 --- S' が小さくなり、次の (17) 式で定義される S^* に一致すると、事故の処理終了時刻にちょうど渋滞が解消することになる。また、 S' が S^* より小さいと事故処理終了以前に渋滞は解消してしまっていることになる。

$$S^* = -sd_1/(d - d_1), \quad (S^* < 0) \quad \text{--- (17)}$$

$$(1) S' > S^* \text{ のとき (図-2 ~ 4 参照)} \quad \theta_3 = \frac{R' \{S'(d - d_1) + sd_1\}}{(1 - 2k'_0/k_f)^2} \quad \text{--- (18)}$$

$$(2) S' = S^* \text{ のとき (図-5 参照)} \quad \theta_3 = 0 \quad \text{--- (19)}$$

$$(3) S' < S^* \text{ のとき (図-6 参照)} \quad \theta_3 = -(d - d_1) - (S/S^*)d_1 \quad \text{--- (20)}$$



4. 交通量制限の効果

図-1に示したような交通量制限が行なわれた場合、交通量制限を行なわなかった場合に比べて、渋滞時間が何%減少するかを考察しよう。

事故発生より渋滞解消までの渋滞時間 T_1 は

$$T_1 = t_3 + d \quad \text{--- (21)}$$

で求められる。一方、交通量制限をしない場合の渋滞時間は、 $T_0 = R S d / (1 - 2k_0/k_j)^2 + d$ --- (22),

$$R = \sqrt{\alpha + 1 - 2k_0/k_j} \quad \text{--- (23)}$$

で与えられるので、交通量制限による渋滞時間減少率は

$$\frac{T_0 - T_1}{T_0} = \frac{1}{\alpha} \left\{ R S - R'' \left(\frac{d_1}{\alpha} S + \frac{d-d_1}{\alpha} S'' \right) \frac{(1-2k_0/k_j)^2}{(1-2k_0/k_j)^2} \right\}$$

$$(S'' \geq S^* \text{ のとき}) \quad \text{--- (24),}$$

$$\frac{T_0 - T_1}{T_0} = \frac{1}{\alpha} \left\{ R S + \frac{1}{S''} \left(\frac{d_1}{\alpha} S + \frac{d-d_1}{\alpha} S'' \right) (1-2k_0/k_j)^2 \right\}$$

$$(S'' < S^* \text{ のとき}) \quad \text{--- (25),} \quad \text{と表わすことができる。}$$

図-7に $\alpha = 1.0$, $d_1 = 0.5d$ の場合の減少率を示す。例えば、当初の交通量 q_0 が容量の $1/2$ 程度 ($k_0/k_j = 0.15$) の場合、交通量を $1/2$ に制限すれば ($\beta = 0.5$) 約 25% 、完全に制限すれば ($\beta = 0$) 約 35% 渋滞時間を減少させることができる。とくに $d = 60$ 分のときは、無制限の場合 (22) 式より 120 分渋滞が推定すると計算されるが、交通量の $1/2$ 、完全制限によりそれぞれ 90 分、 80 分と渋滞時間を減少させることができる。

図-7よりわかるように、 $\beta = 0$ の場合と $\beta = 0.5$ の場合とで減少率の差はせいぜい数%であり、 q_0 が多いときには完全制限でも $1/2$ 制限でも効果に大差がない。このことは、いかに強制的な制限を實施しなくても、流出・入回を推定するといった規制力の弱い制御により十分効果もあげることができることを示している。

5. おすび

一般に当初の交通量が多ければ交通量制限の効果はかなり期待できる。しかし、交通量が少ないときには効果は小さい。この場合は制御よりも車線の疎通の確保 (部分的でよい) に努めた方が効果が大い。

<参考文献> 1) I. Okutani & N. Inoue: Estimation of Traveling Time between Ramps and Discharge Control on Expressway, Proc. of JSCE, No. 211, 1973, p.101; 2) 前掲1), p.102,

3) 井上短之: 車線閉塞度に変化する場合の事故渋滞の解析, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 昭和49年, pp-22