

1. まえがき 本稿では、多車線道路における交通密度の計測誤差の分布とそれを用いた計測区間長の与え方および空間オキュパンスの適正計測区間長の決定法について述べる。

2. 多車線道路における交通密度の計測誤差の分布 車線数を m とし、ある長さの道路区間における交通密度を、その区間の両端での交通量計測によって求めるという方法を採用するものとする。このとき、求められた交通密度には、交通量の計測誤差に起因する誤差が含まれてくることが一般的に知られている。すなわち、いま対象道路区間の上流端から流入した車の総台数を N_u 、下流端から流出した車の総台数を N_d 、区間内の初期台数を N_0 、区間長を L としたとき、交通密度 $\bar{v}$ は $\bar{v} = (N_0 + N_u - N_d)/L$ (1) のように表わされることから、 N_u あるいは N_d に誤差が生ずれば、必然的に $\bar{v}$ にも誤差が含まれるようになるということである。さて、対象道路区間両端において全車線に車両検知器を配置し交通量を計測するものとしたとき、第 j 番目車線において、1台の車が0台とカウントされる確率を p 、2台とカウントされる確率を q とし、それ以外の誤差の発生確率は無視できる程度に小さいものと仮定する。したがって、1台の車が正しく1台とカウントされる確率は $(1-p-q)$ となる。これらの確率を用いると、当該車線に N_j 台の車が通過したときには、 s_j 台のアンダーカウントが発生する確率 $P_{s_j}^i$ および s_j 台のオーバーカウントが発生する確率 $P_{s_j}^o$ は、それぞれ次のように表わされる。

$$P_{s_j}^i = \frac{N_j!}{s_j!} \{N_j! / \{(s_j + \lambda)! \lambda! (N_j - s_j - 2\lambda)!\}\} \cdot p^{s_j + \lambda} \cdot q^{\lambda} \cdot (1-p-q)^{N_j - s_j - 2\lambda} \quad N_0: (N_0 - s_0)/2 \in \text{正整数} \quad (2)$$

$$P_{s_j}^o = \frac{N_j!}{s_j!} \{N_j! / \{\lambda! (s_j + \lambda)! (N_j - s_j - 2\lambda)!\}\} \cdot p^{\lambda} \cdot q^{s_j + \lambda} \cdot (1-p-q)^{N_j - s_j - 2\lambda} \quad \text{ただし最大の整数} \quad (3)$$

式(2)および式(3)を用いると、一般に第1番目車線に N_1 台、第2番目車線に N_2 台、 $\dots$ 、第 m 番目車線に N_m 台の車が通ったとき、全体で s 台の交通量のアンダーカウントあるいはオーバーカウントが発生する確率 P_s は、各車線に対応する確率の積に Γ として次のように表わされる。

$$P_s = (P_{s_1}^i \times P_{s_2}^i \times \dots \times P_{s_m}^i)_{\sum_{j=1}^m s_j = s} \quad (4)$$

ここに、 $P_{s_j}^i$ は $P_{s_j}^i$ および $P_{s_j}^o$ で表わされる確率で、アンダーカウントの場合は s_j は負、オーバーカウントの場合は s_j は正と約束し、式(2)、(3)の計算については s_j の絶対値を使用するものとしておく。式(4)は $\sum_{j=1}^m s_j$ がちょうど s となるような $s_1, s_2, \dots, s_m$ のあらゆる組み合わせについて、式(2)および式(3)で与えられる確率をかけ合わせ、それらをすべて加えたものを意味するものとする。式(4)で与えられる確率を利用すると、対象道路区間内の車の台数に ν 台の計測誤差が発生する確率、すなわち当該区間の交通密度に ν/mL の誤差が発生する確率 $P(\nu)$ は

$$P(\nu) = (P_{s_1}^i \times P_{s_2}^i \times \dots \times P_{s_m}^i)_{\sum_{j=1}^m s_j = \nu} \quad (5) \quad \text{として表わされる。ここに、} P_{s_j}^i \text{は上流端で} s_j \text{台の計測誤差が発生する}$$

確率、 $P_{s_j}^o$ は下流端で s_j 台の計測誤差が発生する確率であり、式(5)は $s_1 + s_2 + \dots + s_m = \nu$ を満足するあらゆる s_j の組み合わせについて $P_{s_j}^i \times P_{s_j}^o$ を計算し、それらをすべて加え合わせたものを意味するものとする。この場合、 s_j の変域は $-N_d \leq s_j \leq N_u$ 、 ν の変域は $-N_d \leq \nu \leq N_u$ である。ところで、交通量の計測時間十分に長い場合には、対象道路区間両端の車の通過台数は等しいと仮定できるが、かかる条件下では交通密度の誤差の分散 σ^2 は、1車線の場合と同様の方法の適用により

$$\sigma^2 = N \cdot 2 \{ (p+q) - (p-q)^2 \} / m^2 p^2 \quad (6) \quad \text{のように表わされる。}$$

ただし、 $N_u = N_d = N$ としている。また、誤差の期待値 μ は $\mu = 0$ (7) である。したがって、いま対象道路区間の交通密度の誤差を変数 W で表わすことにすると、チェビシェフの定理より

$$P_{\text{abs}}(|W| > C\bar{v}) < 1/C^2 \quad (8) \quad \text{が言えるので、たとえば平均交通密度} \bar{v} \text{の} \alpha \text{割} (0 < \alpha < 1) \text{以上の}$$

誤差が発生する確率が α より小さくとも与えられた水準 $1/C^2$ 以下にするためには、

$$C\alpha \leq \alpha \bar{v} \quad (9) \quad \text{が成立}$$

しなければならぬわけであり

$$\alpha \leq \alpha \bar{v} / C \quad (10) \quad \text{となる。すなわち、式(6)を用いると}$$

$$\sqrt{N \cdot 2 \{ (p+q) - (p-q)^2 \} / mL} \leq \alpha \bar{v} / C \quad (11) \quad \text{なる関係が成立する。したがって、} L \text{を固定して}$$

考える場合には、式(11)を満足する p, q を精度としてもつ検知器の使用が要求されるということになるし、逆に

検知器の精度として p 、 g がすでに与えられている場合には、式(11)を満足する L が適正な交通密度の計測区間長ということになるのである。

3. 空間オキュパンスの計測区間長を決定する方法 空間オキュパンスの計測区間長はループによるのが普通であるが、その長さはコスト的にはできるだけ短い方がよい。しかしながら、計測値からより広範囲の空間オキュパンスを推定しようとするときには、あまりに短い計測区間長は、推定精度の低下につながるおそれもあり、そこには必ずしも適正な計測区間長(長大ループの長さ)があると考えられる。いま、 L なる区間長の n 車線道路における空間オキュパンスを X とし、その確率密度関数を $g^L(X)$ とすると、それは次のようにして求められる³⁾。すなわち、対象道路区間内に存在する車の台数を n 、車長を l とし、 $x=l/mL$ の確率密度関数を $g(x)$ とすると、この場合の空間オキュパンスの確率密度関数 $g_n^L(X)$ は $g_n^L(X)=g^n(x)$ (12) となる。ここに、 $g^n(x)$ は $g(x)$ の n 重コンボリューションを表わすものとす。式(12)で与えられる $g_n^L(X)$ を用いると求める $g^L(X)$ は $g^L(X)=p_0(L)\delta(X)+\sum_{n=1}^{\infty} p_n(L)\cdot g_n^L(X)$ (13) となる。ここに、 $\delta(X)$ はデルタ関数、 $p_n(L)$ は L なる区間に n 台の車が存在する確率である。以上より、 $g^L(X)$ は $g(x)$ と $p_n(L)$ が与えられれば決定されることになる。さて、図-1に示したように、 L を計測区間長、 L_0 を推定区間長としたとき、推定精度と与えられた水準にするための L の決定方法について考える。いま、区間 L の空間オキュパンスが X であったとき、区間 L_0 の空間オキュパンスが Y である確率密度を $g^{L_0}(Y|X)$ とすると $g^{L_0}(Y|X)=g^{L_0-L}(L_0Y-LX)/(L_0-L)$ (14) となる。なぜならば、 (L_0-L) 区間の空間オキュパンスを Z とすると、 L_0 区間に Y が生ずるには $m(L_0-L)Z+mLX=mL_0Y$ (15) が成立しなければならず、 L 区間に X が生じたという条件下では、このことは (L_0-L) 区間で式(15)を満足する Z 、すなわち $Z=(L_0Y-LX)/(L_0-L)$ (16) が生ずることに等価であるからである。式(16)で $0 \leq Z \leq 1$ より、 $(L/L_0)X \leq Y \leq 1-(L/L_0)(1-X)$ (17) となる。さて、区間 L で X が計測されたとき、区間 L_0 の空間オキュパンスも X として推定するものとすると、その場合の誤差 ε は $\varepsilon=Y-X$ (18) となる。まず、この ε の分布を求める。式(18)より、 $Y=\varepsilon+X$ (19) となるから、これを式(14)に代入することにより ε の確率密度関数が得られる。よって、 $|\varepsilon|$ が Y の α 割($0 < \alpha < 1$)以上になる確率 $\text{Prob}\{|\varepsilon| > \alpha Y | X\}$ は、式(17)、(18)より $\{1-(L/L_0)\}X \leq \varepsilon \leq (1-X)\cdot\{1-(L/L_0)\}$ (20) となる。おまけ式(19)の関係を考慮すると $\text{Prob}\{|\varepsilon| > \alpha Y | X\} = \int_{\{1-(L/L_0)\}X}^{\{1-(L/L_0)\}(1-X)} g^{L_0-L}(X+\{L_0/(L_0-L)\}\cdot\varepsilon)d\varepsilon + \int_{\{1-(L/L_0)\}X}^{\{1-(L/L_0)\}(1-X)} g^{L_0-L}(X+\{L_0/(L_0-L)\}\cdot\varepsilon)d\varepsilon$ (21) となる。ただし、上式の第1項は $\{1-(L/L_0)\}(1-X) \leq \{1-(L/L_0)\}\cdot X$ (22) すなわち、 $X \geq \{1-\alpha\}(L_0-L)/\{L_0-L(1-\alpha)\}$ (23) のとき1に存在しない。また、第2項は $\alpha < \{1-(L/L_0)\}$ (24) すなわち $L(1+\alpha) < L_0$ (25) のとき存在する。以上より、 L_0 区間の推定値の誤差が実際の値の α 割より大きくなる確率は、与えられた水準 p 以下にするためには次式の成立を要する。

$\int_0^1 \text{Prob}\{|\varepsilon| > \alpha Y | X\} g^L(X) dX = \int_0^{\{1-(L/L_0)\}(1-X)} \left\{ \int_{\{1-(L/L_0)\}X}^{\{1-(L/L_0)\}(1-X)} g^{L_0-L}(X+\{L/(L_0-L)\}\cdot\varepsilon)d\varepsilon \right\} g^L(X) dX + \int_0^{\{1-(L/L_0)\}X} \left\{ \int_{\{1-(L/L_0)\}X}^{\{1-(L/L_0)\}(1-X)} g^{L_0-L}(X+\{L/(L_0-L)\}\cdot\varepsilon)d\varepsilon \right\} g^L(X) dX \leq p$ (26) よって、式(26)を満足するような L の最小値を、式(25)の範囲を探し出せば、それが与えられた推定精度を得る適正な空間オキュパンスの計測区間長すなわち長大ループの長さということになる。

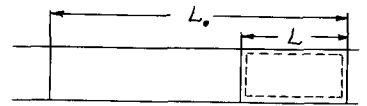


図-1 計測区間と推定区間

4. おまけ 以上、交通密度の計測誤差の分布と空間オキュパンスの計測区間長の決定法に関し、理論的な考察を行なったが、実証的な研究については今後の発展にまかすこととする。

参考文献

- 1) 黒谷：交通量と時間オキュパンスに関する確率論的考察，土木学会論文報告集，No.210，pp.47~55，1973-2
- 2) 黒谷他：交通量の計測誤差について，第9回日本道路会議一般論文集，pp.523~524，昭和44年10月
- 3) 黒谷：空間オキュパンスと交通密度に関する基礎的考察，土木学会中部支部研究発表会講演要綱集，昭和48年2月