Ⅳ-44　街路網の複数信号機の周期とスプリットの最適化

信州大学工学部　正員　奥谷 巌
東 京 都 庁　〃　○霜田宜久

1．まえがき　街路網の複数信号機を対象とした制御において，オフセットの決定が1つの論理的な最適化の過程を経て行なわれるのに対し，周期およびスプリットの決定は，単独交差点に対するそれらの値の決定法を流用した便宜的方法によってなされている。かかる状況に鑑み，筆者らは数理計画法の導入による新しい周期・スプリットの決定法を提案している。[1)〜3)] この方法の特徴は，明確な制御目標を有しているということと，信号機相互間の関連を考慮することによって対象街路網内では交通渋滞を発生させないようにしていることの2つがその主要なものであるが，周期およびスプリットの最適化の計算量に若干の難点があったし，また目的関数の数学的性質についても検討する余地が残っていたといえる。したがって，今回はこうした問題について考察を加える。

2．数理計画法を用いた周期・スプリットの決定法[3)]　対象街路網を図-1に示したような格子状街路網とし，各交差点にマトリックス形式の番号を付す。そして以下のような記号を定義する。　T：共通周期　${}^{h}G_{\nu}^{m,n}$：交差点(m,n)の水平方向流入部に対する青信号時間（$\nu=1$が西側流入部を意味するものとし，$\nu=2$が東側流入部を意味するものとする）　${}^{v}G_{\nu}^{m,n}$：同様に垂直方向流入部の青信号時間（$\nu=1$：北側，$\nu=2$：南側）　$L^{m,n}$：交差点(m,n)の1周期あたりのロス時間　${}^{h}C_{\nu}^{m,n}$：${}^{h}G_{\nu}^{m,n}$の単位時間あたりの容量　${}^{v}C_{\nu}^{m,n}$：${}^{v}G_{\nu}^{m,n}$の単位時間あたりの容量　${}^{h}l_{\nu}^{m,n}, {}^{h}r_{\nu}^{m,n}, {}^{h}S_{\nu}^{m,n}$：${}^{h}G_{\nu}^{m,n}$の間に当該流入部から流入した交通の左折率，右折率および直進率　${}^{v}l_{\nu}^{m,n}, {}^{v}r_{\nu}^{m,n}, {}^{v}S_{\nu}^{m,n}$：${}^{v}G_{\nu}^{m,n}$の間に当該流入部から流入した交通の左折率，右折率および直進率　${}^{h}Q_{1}^{m,n}$：交差点(m,n)から交差点$(m,n+1)$に向かう交通の当該街路区間途中における発生吸収交通量（発生が吸収より大のとき正，逆の場合負とする）　${}^{h}Q_{2}^{m,n}$：${}^{h}Q_{1}^{m,n}$の対向方向の発生吸収交通量　${}^{v}Q_{1}^{m,n}$：交差点(m,n)から交差点$(m+1,n)$に向かう交通の当該街路区間途中における発生吸収交通量　${}^{v}Q_{2}^{m,n}$：${}^{v}Q_{1}^{m,n}$の対向方向の発生吸収交通量　${}^{h}Q_{1}^{m,0}$：街路網の最西端交差点$(m,1)$より，水平方向路線を通行して街路網内に流入しようとする交通需要量　${}^{h}Q_{2}^{m,N}$：街路網の最東端交差点(m,N)より，水平方向路線を通行して街路網内に流入しようとする交通需要量　${}^{v}Q_{1}^{0,n}$：街路網の最北端交差点$(1,n)$より，垂直方向路線を通行して街路網内に流入しようとする交通需要量　${}^{v}Q_{2}^{M,n}$：街路網の最南端交差点(M,n)より，垂直方向路線を通行して街路網内に流入しようとする交通需要量　以上の定義において，Tを共通周期としたのはそのことがオフセット設定の前提となるからであり，また交差点の各流入部ごとに青信号時間を定義しているのは，4現示を前提としているからである。さて，街路網内部における交通渋滞の発生原因を考えてみると，究極は隣接交差点相互間の交通容量の不均衡にあると思われる。したがって，まず次のような制約条件式を交差点(m,n)から交差点$(m,n+1)$に向かう交通に関して設定する。

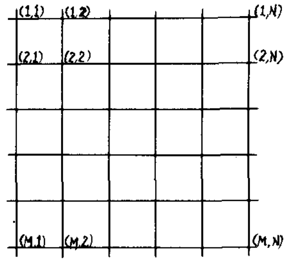

図-1 格子状街路網

$$ {}^{h}C_{1}^{m,n}\cdot{}^{h}G_{1}^{m,n}\cdot{}^{h}S_{1}^{m,n} + {}^{v}C_{1}^{m,n}\cdot{}^{v}G_{1}^{m,n}\cdot{}^{v}l_{1}^{m,n} + {}^{v}C_{2}^{m,n}\cdot{}^{v}G_{2}^{m,n}\cdot{}^{v}r_{2}^{m,n} + {}^{h}Q_{1}^{m,n}\cdot T \leqq {}^{h}C_{1}^{m,n+1}\cdot{}^{h}G_{1}^{m,n+1} \tag{1} $$

同様にして，交差点$(m,n+1)$から交差点(m,n)に向かう交通，交差点(m,n)から交差点$(m+1,n)$に向かう交通，交差点$(m+1,n)$から交差点(m,n)に向かう交通に関し，それぞれ以下のような条件式を設定する。

$$ {}^{h}C_{2}^{m,n+1}\cdot{}^{h}G_{2}^{m,n+1}\cdot{}^{h}S_{2}^{m,n+1} + {}^{v}C_{1}^{m,n+1}\cdot{}^{v}G_{1}^{m,n+1}\cdot{}^{v}r_{1}^{m,n+1} + {}^{v}C_{2}^{m,n+1}\cdot{}^{v}G_{2}^{m,n+1}\cdot{}^{v}l_{2}^{m,n+1} + {}^{h}Q_{2}^{m,n}\cdot T \leqq {}^{h}C_{2}^{m,n}\cdot{}^{h}G_{2}^{m,n} \tag{2} $$

$$ {}^{v}C_{1}^{m,n}\cdot{}^{v}G_{1}^{m,n}\cdot{}^{v}S_{1}^{m,n} + {}^{h}C_{1}^{m,n}\cdot{}^{h}G_{1}^{m,n}\cdot{}^{h}r_{1}^{m,n} + {}^{h}C_{2}^{m,n}\cdot{}^{h}G_{2}^{m,n}\cdot{}^{h}l_{2}^{m,n} + {}^{v}Q_{1}^{m,n}\cdot T \leqq {}^{v}C_{1}^{m+1,n}\cdot{}^{v}G_{1}^{m+1,n} \tag{3} $$

$$ {}^{v}C_{2}^{m+1,n}\cdot{}^{v}G_{2}^{m+1,n}\cdot{}^{v}S_{2}^{m+1,n} + {}^{h}C_{1}^{m+1,n}\cdot{}^{h}G_{1}^{m+1,n}\cdot{}^{h}l_{1}^{m+1,n} + {}^{h}C_{2}^{m+1,n}\cdot{}^{h}G_{2}^{m+1,n}\cdot{}^{h}r_{2}^{m+1,n} + {}^{v}Q_{2}^{m,n}\cdot T \leqq {}^{v}C_{2}^{m,n}\cdot{}^{v}G_{2}^{m,n} \tag{4} $$

以上の制約条件式は容量の整合性の条件式ともよびうるものであるが，各交差点の信号現示を最初から2現示とした場合には，[1),2)] これらの条件式の中に相矛盾するものがでてくることがあり，注意する必要がある。

一方，街路網の外部から網内に流入しようとする交通に関しては，次のような条件式を設定する。すなわち，まず街路網の最西端交差点$(m,1)$の水平方向西側流入部に対して，　${}^{h}Q_1^{m,0}\cdot T \geqq {}^{h}C_1^{m,1}\cdot {}^{h}G_1^{m,1}$　(5)　なる制約条件式を設けるのである。この式は，外部からの交通需要に関しては最大限それを捌き切るだけの青信号を表示すれば十分で，網内に容量不足を来たすような交差点がある場合には，交通需要量をそのまま網内に流入させないこともありうることを示している。同様に，交差点(m,N)，$(1,n)$，(M,n)に対して，それぞれ

$${}^{h}Q_2^{m,N}\cdot T \geqq {}^{h}C_2^{m,N}\cdot {}^{h}G_2^{m,N} \quad (6) \qquad {}^{v}Q_1^{0,n}\cdot T \geqq {}^{v}C_1^{1,n}\cdot {}^{v}G_1^{1,n} \quad (7) \qquad {}^{v}Q_2^{M,n}\cdot T \geqq {}^{v}C_2^{M,n}\cdot {}^{v}G_2^{M,n} \quad (8)$$

なる制約条件式を設定する。　また，各交差点において，水平方向と垂直方向の青信号が同時に表示されることは許されないことから

$${}^{h}G_1^{m,n} + {}^{v}G_1^{m,n} \leqq T - L^{m,n} \quad (9) \qquad {}^{h}G_1^{m,n} + {}^{v}G_2^{m,n} \leqq T - L^{m,n} \quad (10)$$

$${}^{h}G_2^{m,n} + {}^{v}G_1^{m,n} \leqq T - L^{m,n} \quad (11) \qquad {}^{h}G_2^{m,n} + {}^{v}G_2^{m,n} \leqq T - L^{m,n} \quad (12)$$

なる制約条件式の設定が必要である。言うまでもなく，周期Tと青信号時間は非負であるから，このことと式(9)～式(12)よりTは　$T \geqq \max_{m,n}\{L^{m,n}\}$　(13)　のような制限を受けることがわかる。

以上，式(1)～式(13)の制約条件式のもとに，次のような目的関数Fを最大にする。

$$F = \frac{1}{T}\cdot\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\sum_{\nu=1}^{2}\left({}^{h}C_\nu^{m,n}\cdot {}^{h}G_\nu^{m,n} + {}^{v}C_\nu^{m,n}\cdot {}^{v}G_\nu^{m,n}\right) \quad (14)$$

すなわち，単位時間あたりに対象街路網全体で捌きうる交通量を最大にしようということである，ところで，式(1)～式(4)を見ればわかるように，街路網の外部から街路網内への流入部における青信号時間を除いて，すべての交差点の青信号時間にはむだな青信号時間の存在が許される構造になっているが，このことを防ぐためには，単に式(1)～式(4)を等式にするだけでよい。式(1)～式(4)を等式にするか不等式にするかは，前者は不必要にむだな青信号時間を多くする恐れがある反面，交通量あるいは交通容量の変動をある程度余裕の青信号時間の中に吸収できるという利点を持っており，これに対し後者は逆のことが言えることから，一義的には決めにくい。両者の特長を生かそうとする場合には，たとえば式(1)に対応する式として，　${}^{h}C_1^{m,n}\cdot {}^{h}G_1^{m,n}\cdot {}^{h}S_1^{m,n} + {}^{v}C_1^{m,n}\cdot {}^{v}G_1^{m,n}\cdot {}^{v}l_1^{m,n} + {}^{v}C_2^{m,n}\cdot {}^{v}G_2^{m,n}\cdot {}^{v}r_2^{m,n} + {}^{h}Q_1^{m,n}\cdot T = {}^{h}C_1^{m,n+1}\cdot({}^{h}G_1^{m,n+1} - \Delta {}^{h}G_1^{m,n+1})$　(15)　のような等式制約条件式を設けるという方法も考えられる。ここに，$\Delta {}^{h}G_1^{m,n+1}$は技術的判断から与えられる${}^{h}G_1^{m,n+1}$の余裕時間である。

3．目的関数の性質と最適化の方法　　式(1)～式(13)の制約条件式はすべて線形であるが，式(14)の目的関数が線形でないために，ここに与えられた問題は非線形最適化問題となる。したがって，目的関数の性質を調べておく必要があるわけであるが，式(14)をみればわかるように式(14)の目的関数は決定変数の線形分数関数であって，解の集合は凸集合となっていることから，Fは擬似凸かつ擬似凹関数であることがわかる。このことは，式(14)の目的関数が（問題の性格から判断して）2次元の場合の右上がりの曲線（一定値になることを許す）に対応する性質を有していることを意味している。したがって，決定変数の最適値は一般に無限大となるわけであるが，このことは現実的ではない。このようなことから，ここでは次のような方法を提案する。すなわち，まず十分に大きいと思われる周期（たとえば1000秒）を与え，上に定式化した問題を解く。解法は，Tを与えたことによりFが線形となるのでLPによればよい。このときの目的関数の値をF_{max}とおく。そして，現実的な大きさの周期および青信号時間の与え方として，このF_{max}のγ割（$0<\gamma\leqq 1$），つまり$\gamma\cdot F_{max}$を目的関数の値としてもつようなそれらの変数の値を求めるという方法を考える。すなわち，式(14)より　$\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\sum_{\nu=1}^{2}\left({}^{h}C_\nu^{m,n}\cdot {}^{h}G_\nu^{m,n} + {}^{v}C_\nu^{m,n}\cdot {}^{v}G_\nu^{m,n}\right) = \gamma\cdot F_{max}\cdot T$　(16)　式(1)～式(14)，式(16)を制約条件として，次の目的関数Hを最少にするのである。

$H = T$　(17)　このことは，同じ$\gamma\cdot F_{max}$を目的関数の値としてもつならば，Tは小さい方が大局的にみて，交通損失を小さくできるということに基ずく。以上，2回のLPの計算で問題が解けることがわかった。

4．むすび　　ここに示した方法は，網形状が任意の場合、右左折現示を分離した場合等広汎に適用できる。

〔参考文献〕　1). 奥谷，霜田：街路網信号周期とスプリットの一定方法，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，昭和48年2月
2). 奥谷：信号機群の周期およびスプリットの決定方法について，第11回日本道路会議一般論文集，昭和48年11月
3). 奥谷，霜田：容量の整合性を考慮した信号現示の決定法，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，昭和49年2月