IV-37　渇水時における配水コントロール問題のための数学モデルによる一考察

京都大学工学部　正員　吉川和広
京都大学工学部　正員　岡田憲夫
京都大学大学院　学生員　○若月徳義

1 はじめに

従来の利水計画に関する研究は，水の需要予測，利水施設計画等々，10～15年にわたる長期的問題を扱ったものが多かった反面，近年、各地の大都市にみられる渇水問題のような，せいぜい1ヶ月～3ヶ月程度の短期的利水問題を扱った研究は少ない。本研究では，こうした渇水期における合理的水配分問題のうち，特に生活用水の供給オペレーションの問題について，システム分析を行なう。ただし，配水コントロールの問題に限っても，流域全体の配水コントロールを想定する場合もあれば，配水池から配水地域までの配水コントロールを扱う場合までいくつかの場合が考えられる。ここでは，後者の意味での配水コントロール問題を扱う。

2 最適配水政策の指針

渇水時においては，水の絶対量の不足のため，何らかの給水制限を行なわなければならない。給水制限方法には，いろいろ考えられるが，住民の水需要をできるだけ満たすような配水方法が最適配水政策となる。本研究では，最適配水政策をもとめるにあたって，渇水時には，住民も努めて節水に心がけるという前提のもとに，給水制限を受けた時の供給量に対する住民の反応を，次のm個のカテゴリー A_I $(I=1,\cdots,m)$ に分類する。

$$A_I=\{\,i \mid w_{I-1}<w<w_I\,\}\qquad i：サンプル$$

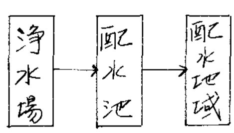
ただし，ここでカテゴリーに分類する基準 w は，住民が平常時の水使用量に対して，節水可能と考える百分率を表わしている。カテゴリー A_I に関しては，既に実施されているアンケート調査を参考にする。こうして，新たに配水地域に対してアンケート調査を実施し，5で述べる合成変数 α の値によって，i サンプルに属するカテゴリーを決定する。そして，この結果を，6の評価関数の基礎資料とする。次に，どの程度の渇水を想定するのかという問題がある。ここでは，浄水場の一日の処理量をいろいろ与えることによって，渇水パターンを仮定するが詳細は4で説明する。

3 配水コントロールモデルの定式化

ここでは，以上の想定のもとに，浄水場(1)；配水池(1)；配水地域(1)のケースについて，渇水期における配水コントロールモデルを定式化する。ただし，本モデルは，浄水場，配水池，配水地域が複数個の場合にも，容易に拡張できる。

1) 状態方程式

$$x_{l+1}=\begin{cases} y_l-z_l & (z_l<y_l)\\ 0 & (z_l\ge y_l)\end{cases}\qquad (l=1,2,\cdots,n)$$



2) 評価関数

$f_n(x)$：配水池の貯水量 x から出発し，最適配水政策をとったとき，n 日間全体の全費用の期待値

$$f_n(x_1)=\min_{x_1\le y_1\le \min(x_1+r_1z_c,\,x_c)}\left\{\int_{y_1}^{\infty}P\left[\frac{z-y_1}{z}\right]\phi(z)\,dz+f_{n-1}(x_2)\right\}$$

ただし，上記の評価関数 $P\left[\frac{z-y_1}{z}\right]$ は，供給量が需要量に満たないときにのみに課するペナルティを表わし，$(z-y_1)/z$ は，2.における定義により，節水率 w を表わしている。（ペナルティは節水率 w の関数であるものと仮定している。）すなわち，ここでは，渇水期においては，供給量が需要量を上回る場合には，問題がなく，需要量が供給量よりも多い場合だけが評価の対象となると考えている。

x_l：第l-1日の終わりに残され，第l日のはじめに使える配水池の貯水量　y_l：第l日のはじめに，浄水場から送水された後の配水池の貯水量　g_l：第l日の水需要を表わす確率変数　$\phi(g_l)$：確率変数g_lに対する確率密度関数，ただし，$\phi(g_l)$はlに依存しない。　x_c：配水池の最大貯水量　z_c：平常時における浄水場の平均的処理量　ここで、制約条件に含まれているr_lは、4で説明する第l日における渇水の程度を表わしている
主な仮定としては、(1)送水による時間は一日単位のオペレーションを考慮する場合には無視できる。(2)需要が供給量を上回ったときは，貯水量はすべて放出される。以上の仮定と定式化にもとづき，D.P手法により、最適配分政策$\{x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*\}$を決定する。

4.渇水パターン

ここで、次の量r_lを定義する。　$r_l = Z_l / Z_c \quad (l=1,2,\cdots,n)$　Z_lは第l日に浄水場で浄化処理され，送水可能な水量を表わす。このように、r_lをいろいろ与えることによって，浄水場の一日の処理量が変化する。すなわち，r_lを渇水の程度を表わす指標と考えることができる。r_lは通常1であるが，渇水時においては，取水量に自然的制約があるので，1以下の値をとる。いろいろな$\{r_1, r_2, \cdots, r_n\}$系列を与えることによって，様々な渇水パターンを想定した配水コントロール問題を考察することができる。

5.サンプルの分類

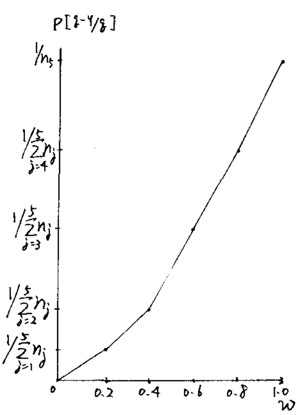
配水地域にアンケート調査を実施し，各サンプルの節水率wを林の数量化理論第Ⅰ類をもちいて推定する。これにあたって，次の記号が用いられる。　$\delta_i(jk) = \begin{cases} 1 & (\text{サンプル}i\text{が第}j\text{アイテム第}k\text{カテゴリーに反応したとき}) \\ 0 & (\text{そうでないとき}) \end{cases}$

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^{R}\sum_{k=1}^{k_j}\delta_i(jk)\,x_{jk}$$

上の定義にもとづき，既に実施されたアンケート調査結果から，合成変数α_iと従属変数wとの相関係数ρが最大になるようにx_{jk}を決定すれば、合成変数α_iがwの最良予測値となる。こうして得た結果をもとに、新たにアンケート調査を実施し、各サンプルのwを推定し，更に各サンプルを2.で述べたカテゴリーに分類する。すると次の結果が得られるであろう。　$A_1 = \{i \mid 0 \leq w \leq 0.2\}\cdots n_1$人；$A_2 = \{i \mid 0.2 < w \leq 0.4\}\cdots n_2$人；$A_3 = \{i \mid 0.4 < w < 0.6\}\cdots n_3$人；$A_4 = \{i \mid 0.6 < w \leq 0.8\}\cdots n_4$人；$A_5 = \{i \mid 0.8 < w \leq 1.0\}\cdots n_5$人　ここで、$A_I$のカテゴリーに属するサンプルに対して，$A_{I+1}, A_{I+2}, \cdots A_5$を考えると，これらのカテゴリーに属するサンプルは，A_Iで仮定されている節水状態よりも劣悪な節水状態にも耐えられるはずである。そこで，$A_I, A_{I+1}, \cdots, A_5$に属するサンプル数の累計として，これを$A_I$のカテゴリーで想定されている節水状態、ならびにそれより劣悪な節水状態には耐えられるサンプル数を表わしていると考え，$n(A_I)$で表わす。すると$n(A_I)$は、$n(A_I) = \sum_{j=I}^{5} n_j$である。

6.$P[\frac{g-y}{g}]$の設定

$P[g-y/g]$の設定の方法には、種々の方法を考えることができるが、本研究では、2.，5.で述べた節水率に応じて重みづけをした方法をとる。重みづけの行ない方は，5.で述べた$n(A_I)$の逆数にもとづき，図－1に示すような連続量として与える。一例を示せば、ある節水率$g-y/g=w$に対して，$P[g-y/g]$は、次のように定められる.



図－1

＜例＞

$$w_I < \frac{g-y}{g} = w \leq w_{I+1}$$

$$P\left[\frac{g-y}{g}\right] = 1\Big/\sum_{j=I}^{5} n_j + \frac{1\Big/\sum_{j=I+1}^{5} n_j - 1\Big/\sum_{j=I}^{5} n_j}{0.2}\left(\frac{g-y}{g} - w_I\right)$$

$$= 1\Big/\sum_{j=I}^{5} n_j + 5\left(1\Big/\sum_{j=I+1}^{5} n_j - 1\Big/\sum_{j=I}^{5} n_j\right)(w - w_I)$$

以下、具体例については、講演時に発表する。