

京都大学工学部 正員 柏谷増男
中央復建コンサルタンツ 正員 ○斎藤道雄

①. はじめに

住宅立地の長期的な予測を目的とするシミュレーションモデルの作成にあたっては、住宅市場における需給均衡をいかにモデル化するか、住宅立地と地代や住宅価格との関係をいかに表現するかが課題となっている。本研究のモデルは、図-1に示すようなRPモデルで全体構成を行なった。本モデルでは、まず全期間をいくつかの期間にわけ、短期の市場の状態は市場均衡理論に基づくLPモデルで表現したが、その双方問題の解として均衡レントが得れる。得られた均衡解は次の期にフィードフォワードされ、次期の諸変数を決定する。RP法(Recursive Linear Programming)とは、上述したように、長期的な市場過程をLPのくりかえし計算を中心として表現しようとする手法であり、従来のモデルでは、NBFRモデルが代表的なもののひとつである。しかしNBFRモデルは市場均衡モデルとしては難点があり、本モデルの方が一般性をもっている¹⁾。

② LP法による市場均衡のモデル化

アロンゾ型の立地理論に基づく市場均衡LPモデルについてはすでに発表したが²⁾、現実的なモデルとしては問題があるため、同モデルをそのままRPモデルの市場均衡サブモデルとして用いることはできない。そこで、本モデルの構築にあたっては、以下の点に特に注意をはらった。

- (1) 複数の住宅タイプ(構造、質など)、複数の都心(就業地)を考慮した。
- (2) 立地理論で定義される地代は、現実的にはその存在が確認できないし、また、スプロール的な都市拡大を地代に関する静的な理論で説明することはできない。そこで、本モデルでは、地代付け値ではなく、家賃に相当する概念である住宅レント付け値を扱うモデルとして定式化した。市場均衡の条件は、「ある地区のある住宅に対して最高の住宅レント付け値を提示する需要世帯がその住宅に立地する」という条件になる。
- (3) 制約条件は、(2)に関連して、供給戸数制約と需要世帯数制約をとることにしたが、そのとき、住宅ストックが住宅市場の重要な構成要素であることを考慮し、供給戸数としては、新築住宅だけでなく既存の住宅ストックも含めた全住宅戸数を与えた。同様に、需要世帯に関しては域内のすべての世帯を需要者として与えた。
- (4) 地価は、新築住宅建設戸数の決定因子としてモデルに導入することが考えられるが、今回は、各期の地価の決定方法について具体的には考察していない。また、持家需要者のように地価が行動する需要者は、ローンや住宅預金などの住宅レント相当分を各期に支払うと考え、借家需要者と同様に取り扱うことにした。

以上の考え方にそって、RPモデルの市場均衡サブモデルの中核であるLPモデルを次のように定式化する。

$$\text{Primal } \max P = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{h \in H} R_{ijk}^{\text{Rd}} \cdot X_{ijk}^{\text{Rd}} + \sum_{i \in I} \sum_{h \in H} C_h \cdot Y_{ih} \quad \dots (1)$$

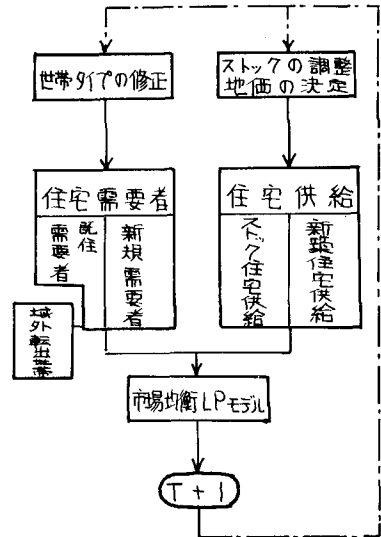
$$\text{subject to } \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} X_{ijk}^{\text{Rd}} + Y_{ih} \leq H_{ih} \quad (H_{ih} > 0 \text{ なら } i \in I, h \in H \text{ で}) \quad (\text{戸数制約}) \quad \dots (2)$$

$$-\sum_{i \in I} \sum_{h \in H} X_{ijk}^{\text{Rd}} = -D^{\text{Rd}}_{jk} \quad (k \in K, j \in J \text{ で}) \quad (\text{需要制約}) \quad \dots (3)$$

$$X_{ijk}^{\text{Rd}} \geq 0 \quad (H_{ih} > 0 \text{ なら } i \in I, k \in K, j \in J, h \in H \text{ で}), Y_{ih} \geq 0 \quad (H_{ih} > 0 \text{ なら } i \in I, h \in H \text{ で}) \quad \dots (4)$$

$$\text{Dual } \min Q = \sum_{i \in I} \sum_{h \in H} H_{ih} \cdot \mu_{ih} + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} (-D^{\text{Rd}}_{jk}) \cdot \nu^{\text{Rd}}_{jk} \quad \dots (5)$$

図1 住宅立地RPモデルの全体構成



$$\text{subject to} \quad \mu_{ih} - V_{kj}^0 \geq R_{ih}^{kj} \quad (H_{ih} > 0 \text{ なる } \begin{smallmatrix} i \in I \\ j \in J \end{smallmatrix} \text{ かつ } \begin{smallmatrix} k \in K \\ h \in H \end{smallmatrix} \text{ で}) \quad \dots\dots(6)$$

$$\mu_{ih} \geq C_h \quad (H_{ih} > 0 \text{ なる } \begin{smallmatrix} i \in I \\ h \in H^N \end{smallmatrix} \text{ で}), \mu_{ih} \geq 0 \quad (\begin{smallmatrix} i \in I \\ h \in H \end{smallmatrix} \text{ で}), V_{kj}^0 \geq 0 \quad (\begin{smallmatrix} k \in K \\ j \in J \end{smallmatrix} \text{ で}) \quad \dots\dots(7)$$

ここに、 i : 居住地区、 I : 居住地区の集合、 j : 就業地区、 J : 就業地区の集合、 k : 世帯タイプ、 K : 世帯タイプの集合、 h : 住宅タイプ、 H : 住宅タイプの集合、 H^N : 新築住宅タイプの集合、 R_{ih}^{kj} : 住宅1戸あたりの住宅レント、 X_{ih}^{kj} : i 地区の h タイプ住宅に立地する j 地区に通勤する k タイプ世帯の数(変数)、 C_h : 新築住宅建設コストの年費用、 Y_{ih} : 空家を示す変数、 H_{ih} : 住宅供給戸数、 D_{kj} : 住宅需要世帯数、 μ_{ih} : (2)式に対応する双対変数、 V_{kj}^0 : (3)式に対応する双対変数

μ_{ih} は、市場均衡では均衡レントを得る変数である。また、(1)式の右辺第2項は、新築住宅はその償却費用がつづなわれない場合には供給されないという条件を示す。上のLPモデルは、それ自身が常に市場均衡解を与えるものではなく、そのため、解が市場均衡解であるかどうかの判定条件が必要である。その条件は、双対定理と市場均衡の定義とから、次のような条件であることが証明できる。この条件を用いて市場均衡解の算出手順は、図-2に示すようなLPのくりかえし計算となる。

図2 市場均衡の算出手順

④ 市場均衡解の判定条件

(1)(i) $H_{ih} > 0$ かつ $R_{ih}^{kj} > 0$ ($\begin{smallmatrix} i \in I \\ h \in H, \text{ かつ } i \in I \end{smallmatrix}$ $R_{ih}^{kj} > C_h, h \in H^N$) が少なくとも1つの (k, j) で成り立っている (i, h) では、 $\mu_{ih} > 0, X_{ih}^{kj} > 0, Y_{ih} = 0$ ($\begin{smallmatrix} i \in I \\ h \in H, \text{ かつ } i \in I \end{smallmatrix}$ $\mu_{ih} > C_h, h \in H^N$) が成り立つ。

(ii) $H_{ih} > 0$ かつ $R_{ih}^{kj} = 0$ ($\begin{smallmatrix} i \in I \\ h \in H, \text{ かつ } i \in I \end{smallmatrix}$ $R_{ih}^{kj} = C_h, h \in H^N$) が少なくとも1つの (k, j) で成り立っている (i, h) では、 $\mu_{ih} = 0, X_{ih}^{kj} \geq 0, Y_{ih} \geq 0$ ($\begin{smallmatrix} i \in I \\ h \in H, \text{ かつ } i \in I \end{smallmatrix}$ $\mu_{ih} = C_h, h \in H^N$) が成り立つ。

(iii) $H_{ih} > 0$ かつ $R_{ih}^{kj} < 0$ ($\begin{smallmatrix} i \in I \\ h \in H, \text{ かつ } i \in I \end{smallmatrix}$ $R_{ih}^{kj} < C_h, h \in H^N$) がすべての (k, j) で成り立っている (i, h) では、 $\mu_{ih} = 0, X_{ih}^{kj} = 0, Y_{ih} > 0$ ($\begin{smallmatrix} i \in I \\ h \in H, \text{ かつ } i \in I \end{smallmatrix}$ $\mu_{ih} = C_h, h \in H^N$) が成り立つ

$$(2)(i) \quad \min_{\substack{(i, k) \in I \times K \\ (j, h) \in J \times H}} \{ (R_{ih}^{kj} - R_{ih}^{k'j'}) + V_{kj}^0 \} > V_{kj}^0 \\ \geq \max_{\substack{(i, h) \in I \times H \\ (j, k) \in K \neq j, k, (j, h) \in M_{ih}}} \{ -(R_{ih}^{kj} - R_{ih}^{k'j'}) + V_{kj}^0 \}$$

$$(ii) \quad \min_{\substack{(i, k) \in I \times K, h \in H^N \\ (i, k) \in I \times K, k \in H}} \{ -(R_{ih}^{kj} - C_h), R_{ih}^{kj} \} > V_{kj}^0 \\ \geq \max_{\substack{(i, h) \in I \times H \\ (i, k) \in I \times H, k \in H}} \{ -(R_{ih}^{kj} - C_h), R_{ih}^{kj} \}$$

ここに、 $I \times H_{kj}$: (k, j) 世帯の立地している地区の集合、 K_{ih} : (i, h) に立地している世帯グループの集合、 $I \times H^c$: $H_{ih} > 0$ で全く立地者のない (i, h) の集合、 M_{ih} : (i, h) で最高の付け値をする世帯グループの集合、 0 : LPの最適解を示す。上の条件での V_{kj}^0 の幅が生じるのは、LP問題が離散的に表現されているために生じたものであり、地区が連続的に連なっている場合、すなわち、レント付け値が連続である場合には、 V_{kj}^0 がゼロとなることが証明できる。

⑤ おわりに

今回の発表では、市場均衡サブモデルの中核たるLPモデルの定式化を中心としたが、実際にモデルをオペレートするためには、住宅の供給量や需要量を与えるサブモデルを具体的に作りあげる必要がある。また、地価をどのようなモデルで決定してゆくかも、その理論構築と共に今後の課題として残されている。

1) 斎藤「RP法による住宅立地のモデル化に関する基礎的研究」京大大学修士論文 49年3月

2) 相谷, 斎藤「住宅立地プログラミングモデルに関する理論的考察」工学会関西支部年次講演会概要 49年5月