

京都大学工学部 正会員 ○ 藤田 昌久

京都大学大学院 学生員 塚本直幸

1. はじめに

本研究は、各種の都市施設およびさまざまな施設利用者から構成される都市の空間構造において、(a)その最適な拡大過程はどのようなものか、(b)その最適拡大過程は公共体によるどのような政策介入によって実現されるのか、(c)その最適拡大過程と競争的な市場に基づく均衡拡大過程とはどのような関係にあるのか、という3つの問題の関連を、住宅を例にとりて統一的に分析しようとするものである。

すなわち、いくつかの単純化された仮定のもとで、ある評価基準を最大にするような都市施設の最適配置計画を定式化する。つぎに、その最適解を公共体による政策介入を伴ったひとつの競争市場を通じて実現することを考える。最後に、どのような条件が満たされるとき、その最適解は完全に競争的な市場に基づく均衡拡大過程と一致するのか、ということを考える。

2. 最適配置計画の定式化

問題設定にあたって以下の仮定を設ける。

①いま考える都市はただ1つの都心を持ち、近くに他の都市は存在しないものとする。

②都市は M 個の地区より成り、地区は都心からの距離の順に $l = 1, 2, \dots, M$ と名づける。また各地区の面積を S_l 、都心からの距離を d_l と表わす。

③都市の居住人口は家族単位で数えることにし、家族タイプは S 個あって、それを $k = 1, 2, \dots, S$ と表わす。

④計画期間は $[0, T]$ とし、各時刻 t における各家族タイプごとの人口は $D^k(t)$ として与えられているとする。

⑤住宅の種類は全部で m 個とし、それらを $i = 1, 2, \dots, m$ で表わす。住宅 i 1単位あたりの敷地面積は定数で a_i と表わす。また時刻 t における住宅 i 1単位あたりの建設費用は地区間で差がないものとし、これを $b_i(t)$ とする。

⑥時刻 t 、地区 l において家族タイプ k の人が住宅 i に住んでいる時、その住宅 i 1単位から得られる効用はなんらかの方法で金額に換算されているものとし、それを

$u_{il}^k(t)$ と表わす。

以上の仮定に基いて、最適配置問題は次のように定式化される。

[問題]

計画期間全体における都市全体の住宅から得られる純便益の合計

$$\int_0^T p(t) \sum_{l=1}^M \sum_{i=1}^m \{ \sum_{k=1}^S u_{il}^k(t) y_{il}^k(t) - b_i(t) u_{il}(t) \} dt \quad (2.1)$$

を以下の制約条件のもとで最大にする単位時間あたりの住宅建設量 $u_{il}(t)$ 、人口 $y_{il}^k(t)$ を求めよ。

a) 住宅個数の変化式

$$\dot{u}_{il}(t) = u_{il}(t), \quad u_{il}(t) \geq 0 \quad (2.2)$$

b) 人口制約

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^S y_{il}^k(t) = D^k(t), \quad y_{il}^k(t) \geq 0 \quad (2.3)$$

c) 住宅個数と人口の関係

$$\sum_{k=1}^S y_{il}^k(t) = u_{il}(t) \quad (2.4)$$

d) 面積制約

$$\sum_{i=1}^m a_i u_{il}(t) \leq S_l \quad (2.5)$$

e) 初期条件

$$u_{il}(0) = \bar{u}_{il} \quad (2.6)$$

ただし、上において

$p(t)$: 便益(効用)に対する時間的ウェイト関数

$$p(0) = 1, \quad p(t) > 0$$

$y_{il}^k(t)$: 時刻 t 、地区 l において住宅 i に住む家族タイプ k の人口

$u_{il}(t)$: 時刻 t 、地区 l における住宅 i の個数

$u_{il}(t)$: 時刻 t 、地区 l における住宅 i の建設速度

である。

上の問題は要するに、各時刻における都市の計画人口が全員いずれかのタイプ k の住宅に住むことができ、しかも空屋を生じないという制約のもとで、全計画期間を通じて都市全体の住宅から得られる効用を最大にするように、各時刻、各地区における各住宅の建設計画および、各家族タイプごとの人口配分を決定しようとするものである。

3. 最適拡大過程

上の最適配置問題は、最大原理を応用することによって解ける。今ここでは簡単のために、各家族タイプとその居住する住宅タイプとの間には、前もって定められた一対一の対応があるとし、住宅タイプが3種類の場合を例にとって説明する。また効用を表わす $\psi_{ik}(t)$ について次式が成立つと仮定する。

$$\psi_{ik}(t) = B_i(t) - r_i d_k \quad (3.1)$$

ここに $B_i(t)$ は、時刻 t において都心に立地している住宅 i に住むことによって、その住宅1単位から得られる単位時間あたりの効用を表わし、都心からの距離が遠くなるにつれてその効用は、一定の勾配 r_i で減少することを表わしている。

また住宅 i の単位面積あたりから得られる効用の距離に対する減付勾配 r_i/k_i について次のように仮定する。

$$r_1/k_1 > r_2/k_2 > r_3/k_3 \quad (3.2)$$

なお説明の便宜上、次のような関数を定義しておく。

$$p_{ik}(t) = \{\psi_{ik}(t) - p(t)b_i(t) + g_i(t)\} / k_i \quad (3.3)$$

ここに $\psi_{ik}(t)$ 、 $g_i(t)$ は上の問題を解く際に出てくるラグランジュ乗数である。

2 で述べた問題は住宅の最適配置計画に関するモデルを示すが、①住宅の利用者が $[B_i(t) - r_i d_k]$ なるレントを各時刻において支払うと先決されており、②全体の建設量を調整するために、公共体が市場に政策介入する、という仮定のもとでは、その最適解は、競争市場を通じて実現されることが証明できる。その場合式(3.3)の $\psi_{ik}(t)$ 、 $g_i(t)$ はそれぞれ、時刻 t 、地区 l における住宅 i 1 単位あたりの価格および公共体による住宅 i 1 単位あたりの建設補助金を示す。また $p_{ik}(t)$ はタイプ i の住宅による時刻 t における地価の付け値曲線の意味を持っている。さらに初期時刻における地区 l の面積1単位あたりの地価を表わす $p_{ik}(0)$ なる乗数がモデル内で決定されるが、これと $p_{ik}(t)$ との関係は図1のようになる。

最適解の求め方については講演時に述べるが、住宅の最適拡大過程は図2のようになる。

すなわち

①住宅3は最初に都心からかなり離れたある地区 l_3 から建設され始め、順次郊外へ向って空地を残しながら、その建設地が移動していく。

②住宅2についても同様であるが、各時刻におけるその

建設地は住宅3のそれよりも常に内側にある。

③住宅1は、最初地区1より建設され始め、その後住宅2、3の建設のあと残った空地を埋めつくしながら、郊外へ向って、順次その建設地を移動させていく。

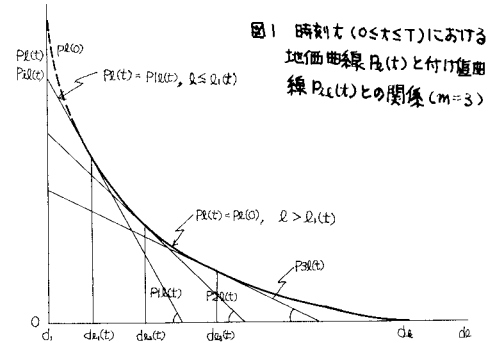
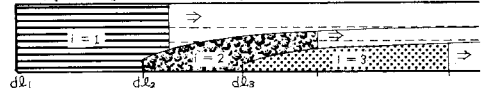


図2 都市空間の拡大過程 (m=3)



4. 完全な競争市場における均衡拡大過程

ここでは3で述べた仮定の②を取り除いた、より一般的な市場における都市空間の拡大過程について考察する。

すなわち、以上の都市空間の最適拡大過程は、いかなる条件を備えた住宅の需要者を想定すれば、政策介入なしの完全な競争市場における均衡拡大過程とみなせるか、ということである。

くわしい説明はここでは省略するが、次のようなことが証明できる。

すなわち、各時刻、各住宅に住む人口 $D_{ik}(t)$ が前もってわかっており、需要者の各住宅に対するレント付け値曲線の勾配が効用水準および時間から独立で一定の値 r_i とする。そうすると、これらの各住宅需要者、各住宅建設業者および土地所有者の間における競争が見えなれば、そのもとに決まる都市空間の均衡拡大過程は、もとの問題の最適拡大過程と完全に一致する。また、その時の均衡レント付け値は $[B_i(t) - r_i d_k]$ となる。

5. おわりに

以上は単純化された都市における都市空間構造の変動過程について分析したが、今後はさらにより現実的なモデルを用いて同様な研究を続けていきたいと考えている。なお詳しい分析結果等は講演時に行なう予定である。

参考文献

- ① 藤田昌久「都市空間の最適拡大過程」, 地域研究第4巻(昭和44年度)投稿
- ② 藤田昌久「都市空間拡大過程の動向分析」, 日交研シリーズ, 1974年5月