

東北大工学部 正員 佐武正雄
 日本大学工学部 正員 ○ 田野久貴
 石川島播磨重工 正員 横沢純一

1. 緒言

本文は、層状岩盤（岩石）を模したせい性供試体の一軸圧縮試験を行ない、その強度と破壊機構について確率論的考察を試みたものである。今までに、材料の構造異方性に注目した多くの研究があり、とくに結晶片岩等を用いた詳細な研究が報告されている。¹⁾ 一軸圧縮下の場合、層状をなす材料の力学的挙動に与える要因には、層境界面の物性や層数、層角度等がある。本文では、層数 (n) 一定で層角度 (θ) を変化させた場合と

この逆の場合の二種類の供試体を用いて実験を行なった。

2. 実験方法及び実験結果

2. 1 実験方法 用いた供試体 ($10 \times 10 \times 20$ cm) を図-1 に示す。供試体は圧縮強度の強い S 層とこれの弱い W 層の互層よりなり、層厚は 2 cm である。層境界には接着剤等を使用せず、材料の吸着力（粘着力）のみで結合された状態にある。用いた供試体の種類及び材料の強度を表-1 及び表-2 に示す。なお、S 層には石こうを W 層には石こうとフライアッシュの混合を使用した。

層数一定 ($n = 10$)
$\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
層角度一定 ($\theta = 0^\circ, 45^\circ$)
$\theta = 0^\circ$
$n = 4, 6, 8, 10$
$\theta = 45^\circ$
$n = 8, 10, 12$

表-1 供試体の種類

2. 2 実験結果 層数を一定にし、角度 θ を変化させた場合の結果を図-2 及び写真-1 に示す。同図から明らかなように、 $\theta = 60^\circ$ 附近で強度は最小になり、 $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ で最大になる。破壊型式からみると、 0° では各層を貫くいわゆる分離型であり、 60° 附近ではほとんどの場合 S・W 層間に沿うすべり型の破壊が生じており、 30° 附近では分離・すべり混合型が生じている。また $\theta = 90^\circ$ では、各層を斜めに切るすべりが顕著である。これらの破面の観察によると、 0° における分離及び 60° におけるすべり型破壊の破面は、いずれもヘキ開であり内在するクラック周辺の引張集中応力によって破壊に至るものと思われる。見掛け上、破壊型式が類似している 90° のすべり型の場合の破面は、明らかにセン断によるものと観察され、 60° の場合と破壊機構が異なることが認められた。

また、 $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ の二種類の供試体について、角度を一定に保ち層数 n を増加させた場合の実験結果を図-3 に示す。この両者を比較すると、明らかな相異がみられる。すなわち、分離型破壊 ($\theta = 0^\circ$) では層数 n の増加と共に強度が増加し、すべり型 ($\theta = 45^\circ$) の場合は逆の結果となっている。

3. 考察

3. 1 エネルギー的考察

$\theta = 0^\circ, 60^\circ$ における破面の観察結果から、破壊型式は異なるがこの両者は共に引張集中応力によると考えられた。このことか

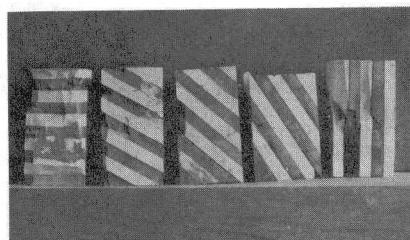
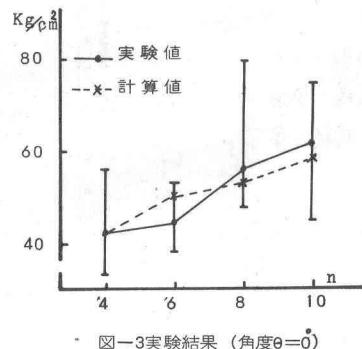
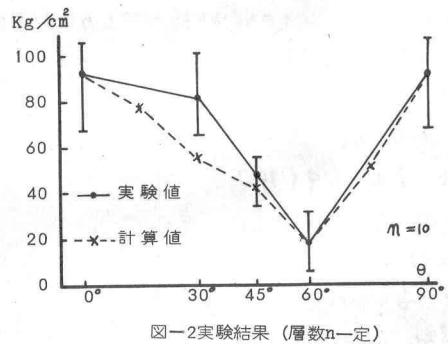


写真-1 破壊後の供試体

	圧縮強度	引張強度	ヤング率
S層	162.8	40.4	4.8×10^6
W層	88.3	15.6	4.1×10^6 (Kg/cm ²)

表-2 用いた材料の強度



ら層境界に偏平なクラックが存在するものと思われ、これについて考察を行なう。境界面のクラックについては、すでに Hoek²⁾ が同様な考え方を述べている。さて、Griffith 理論によって、クラックは $\theta = 60^\circ$ の場合最弱とされているが、 $\theta = 0^\circ$ の場合でも、既に論じたような理由によって引張集中応力による破壊が生じうると考えて、考察を進める。

Griffith 理論の概念に従ってエネルギー的考察を行なうと、長さ 20 のクラックがその長軸方向に伝ばす場合には次式が得られる。

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\epsilon}{R\pi c}} \quad (1)$$

ここで、R はそのクラックの形状及び応力状態によってきまる係数である。 $\theta = 60^\circ$ のとき、分岐クラックの方向は厳密には長軸方向ではないが(図-5)、層境界の引張強度及び表面エネルギー f_{sw} は、S 層、W 層の f_s 、 f_w に比べて相当小さいと考えられるから、長軸方向(層境界面)に伝ばすと思われる。クラックが θ だけ傾斜している場合の R_θ は次式で与えられる。

$$R_\theta = \cos^2 \theta \quad (2)$$

一方、 $\theta = 60^\circ$ 以下で特に低角度の場合は、最大引張集中応力の生じる点がクラックの先端から周辺上を移動するため、分岐クラック発生時の先在クラックは複雑な形状になり、そのためこの場合の(2)式に相当するものは得られていない。そこで、十字形クラックの場合の R が約 0.5 であること考慮して、分岐クラックの短い範囲において次式を仮定する。

$$R'_\theta = \frac{1}{2} \cos^2 \theta \quad (3)$$

ここで、(1)、(2)、(3) 式を用いて $\theta = 60^\circ$ 及び 0° の一軸圧縮強度 σ_{60} 、 σ_0 の比を求めると次式を得る。

$$\frac{\sigma_{60}}{\sigma_0} = \sqrt{\frac{2f_{sw}}{f_s}} \quad (4)$$

f_s を表-2の引張強度の結果を用いて試算すると、 $\frac{\sigma_{60}}{\sigma_0} = 10$ が得られる。これを用いて(4)式を計算すると約 0.5 となる。従って、 60° の場合は 0° に比べその強度は約 2 分の 1 に低下する。

3.2 確率論的考察

今まで、単一のクラックについて考察を行なったが

実際には、層境界に数多くのクラックが存在していると考えられる。そこで、長さ一定のものが等間隔で r 個分布していると仮定すると、層状せん性供試体の強度や破壊型式は、確率的な要素を含んでいると考えられる。破壊の際の二つの典型的な型式である分離型とすべり型を比較すると、前者はいわゆる並列モデルであり、後者は直列モデルに相当することがわかる。すなわち、図-6(a) に示すように、各層境界に発生した分岐クラックが、荷重方向に互に連結し、少なくとも一本の割れ目が生じる時を破壊と考える。一方、図-6(b) に示すように、すべり型の場合には、同一境界面における r 個のうち一個に破壊が生じると、直ちに伝ばすと考えれば、 $n-1$ 層の層境界のどれか一つにこの状態が生じた時、破壊と考える。従って、分離型破壊は層数 n が増加すると強度は増加し、すべり型破壊は逆に減少する。図-3、4 の実験結果は、これらの仮定の妥当性をある程度裏付けているものと思われる。

(4) 式によって得られた 0.5 という値は、層数の多い場合にはさらに小さくなるものと思われ、図-2 に示した実験結果にもその傾向が現われている。そこで、層境界のクラック一個が分離及びすべり型破壊を起こす確率を H_c 及び H_s とし、 n 層より構成される場合の全体破壊の確率をそれぞれ X 、 Y とすると、次式を得る。

$$X = 1 - (1 - H_c)^n \quad (5)$$

$$Y = r(n-1) H_s (1 - H_s)^{r(n-1)-1} \quad (6)$$

クラックが破壊を生じる確率として、いわゆるワイブル分布関数 $H = 1 - \exp(-\alpha O^\beta)$ を用いると、

(5)、(6) 式よりそれぞれの強度 σ_c 、 σ_s を逆算することができる。(5) 式はこの H を用いても密度 λ を用いても密度ベクトル

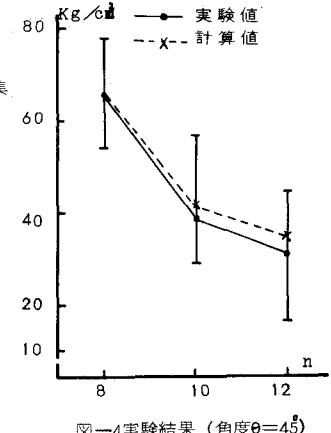


図-4 実験結果 (角度 $\theta = 45^\circ$)

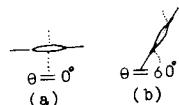


図-5 層境界上のクラック

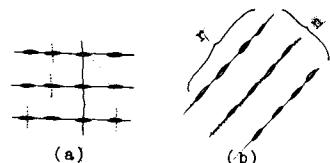
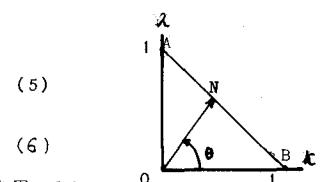


図-6 確率モデル



関数が単純な形とならないので、強度を平均値で示すことにすると $X=0.5$ を用いて (7) 式を得る。一方、二重リンクモデルを用いた最小値確率論にもとづく (6) 式の計算を行なうと、(8) 式を得る。

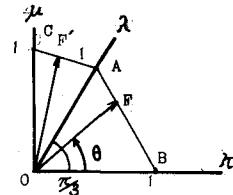
$$\sigma_c = \left[\frac{-\log \{1 - (1 - 0.5)^{\frac{1}{m}}\}}{\alpha_c} \right]^{\frac{1}{m}}$$

$$\sigma_s = \left(\frac{m-1}{m} \right) \left(\frac{1}{(m-1)\sqrt{\alpha_s}} \right)^{\frac{1}{m}}$$

α, m : 材料定数

(7)

(8)



(7)、(8) 式より層数 n と強度の関係を計算して、図-3,4に破線で示す ($r=10, m=2$ と仮定した)。

今まででは、強度と各破壊型式の発生確率 (X, Y) の検討を行なってきたが、ここで、層角度 θ と各破壊型式の発生確率との関係について考察する。すなわち、 θ による分離型破壊確率を $\mu(\theta)$ 、すべり型によるそれを $\lambda(\theta)$ とするとこれらは互いに背反であると考えられるから、次式が成立する。

$$\mu + \lambda = 1$$

(9)

また、 μ 、 λ は互いに直交していることを考慮すると、考えている系の θ による確率は図-1に示す、大きさ 1 の確率ベクトル ON で示され、 μ 、 λ はその成分となる。本文の場合はもう一つの破壊型式 Z がなわち層内すべりを考慮する必要があり、 μ 、 λ と X, Y にそれぞれ対応させて μ, Z を新たに定義すれば、(10) 式を得る。

$$\mu + \lambda + \mu = 1$$

(10)

この場合の確率ベクトル P は実験によって定められ、図-8のベクトル OP 、 OF がこれに相当する。さて、これらの (μ, λ, μ) (X, Y, Z) と系全体 (層状せいい性材料) の破壊確率 P とが、どのような関係にあるかということはむつかしい問題であるが本文では次式を仮定する。

$$P = \mu \cdot X + \lambda \cdot Y + \mu \cdot Z$$

(11)

(7) を導びいたと同様な方法により、この (11) 式で $P=0.5$ とおいて強度と層角度及び層数との関係を得ることができる。なお、 X, Y, Z は (5)、(6) 式を用い、 Z については新たな検討が必要である。図-2の破線は、各破壊型式の確率とこれらの強度が比例すると仮定した場合の計算例である。

4. 結語

層状せいい性材料の圧縮強度は、図-2,3及び4にその実験例を示すように、これを構成している層の角度 θ 及び数 n により変化するがこの構造異方性を材料の強度にどのように取り入れるかが問題である。従来におけるいくつかの研究では、この点に関して、例えば Mohr-Coulomb の理論等による検討がなされている。しかし、層数や破壊型式等の点では未検討である。そこで本文では、破壊は本質的に確率現象であるという立場から、特に破壊型式の確率に注目することにより、これらを一括して論ずる一方法について述べた。

5. 参考文献

- 1) 赤井浩一、山本和夫、有岡正樹：結晶片岩の構造異方性に関する実験的研究、土木学会論文報告集、No.170、1969、pp. 23-36.
- 2) Hoek, E. : Fracture of Anisotropic Rock, J. South African Inst. Mining & Metallurgy, Vol. 64, 1964, pp. 501-518.
- 3) Griffith, A. A. : The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Vol. 221, 1920, pp. 163-197.
- 4) 佐武正雄、田野久貴：单一スリットをもつせいい性材料の最終強度に関する考察、第7回岩盤力学に関するシンポジウム講演概要、1972、pp. 46-49.
- 5) Griffith, A. A. : The Theory of Rupture, 1st Intern. Congr. Appl. Phys., 1924, pp. 55-63.
- 6) Stallybrass, M. P. : A pressurized Crack in the Form of a Cross, Quart. Jour. Mech. and Appl. Math., Vol. 23, 1970, pp. 35-48.
- 7) 佐武正雄、田野久貴：き裂の強度に及ぼす影響について、第5回岩盤力学に関するシンポジウム講演概要、1969、pp. 37-41.