

大阪大学工学部 正員 伊藤昌雄

大阪大学工学部 正員 久武勝保

A. まえがき 都市の過密化に伴い地表面近くに開削されるトンネルが地表面の深下、さらには地上構造物に不安定をもたらすことが最近問題となって来ている。自由表面とトンネル壁面の二つの境界を有する多連結問題を解くには一般には大変困難であるが、多連結領域を単連結の共通領域と考え、Schwarz の鏡像原理を用いてそれぞれの境界に解析接続を行なうことによって容易に解くことが出来る。以下においては重力場において、地表面近くに開削されるトンネルが周辺地盤に与える影響を与えるかを鏡像原理で解析し考察を行なう。

B. 解析の概要

重力場においてトンネルを開削する場合、トンネルの径に比して充分深い所にトンネルが開削されると、すり取り出しによる重力減少は無視出来るけれども浅い所に開削されると重力減少を考慮しなければならなくなる。重力減少を与える解析関数は、同一の $F = \pi a^2 w$ の集積力を原長 D にて重力と反対方向に作用させ、かつ L_1 上の境界条件を満足させる解析関数によって与えられる。原長に F を作用させた時の解析関数は、

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(z) &= M \cdot \log z \\ \psi_0(z) &= N \cdot z \cdot \log z \end{aligned} \right\} \quad (1) \quad \begin{aligned} M &= -\frac{x+iy}{8(1-\nu)\pi} \\ N &= \frac{3-4\nu}{8(1-\nu)\pi}(x-iy) \end{aligned}$$

で与えられる。 L_1 における自由境界は

$$\varphi(z) + \{z \cdot \varphi'(z) + \psi(z)\} = 0 \quad (2)$$

で与えられるので今、 $Q(z)$ を領域 (D) で次の様に定義する。 $Q(z) = z \cdot \varphi'(z) + \psi(z)$ (3)

境界 $L_1 (z - \bar{z} = 2i h_0)$ を越えて (D^*) へ解析接続をすることによって新しく加わる解析関数は

$$\left. \begin{aligned} \varphi(z) &= -\bar{Q}(z) = -\bar{Q}(z - 2i h_0) = -2i h_0 \sqrt{z - 2i h_0} - N \cdot \log(z - 2i h_0) \\ \psi(z) &= -\bar{\varphi}_0(z - 2i h_0) - (z - 2i h_0) \varphi'(z) = -\sqrt{z - 2i h_0} - 2i h_0 \sqrt{z - 2i h_0} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となり結局 L_1 の境界条件を満足する重力減少を与える関数は、

$$\varphi(z) = \varphi_0(z) + \varphi_1(z), \quad \psi(z) = \psi_0(z) + \psi_1(z) \quad (5)$$

となる。よって開削前の L_2 上の初期応力 $\sigma_r, \tau_{r\theta}$ と関数 (5) から導かれる $\sigma_r, \tau_{r\theta}$ とを加え合せて重力減少を考慮した初期応力(下次の様に表わされる)。(5) に対しても同様である)

$$\sigma_r + i \tau_{r\theta} = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) \quad (C_n, d_n \text{ は複素定数}) \quad (6)$$

トンネル開削による変位や応力乱れは式 (6) で与えられる無直及びせん断応力と純剪値が同じで逆符号の応力を L_2 上に作用させ、かつ L_1 上の境界条件を満足させて得られる解析関数によって与えられる。今 $-\sigma_r, -\tau_{r\theta}$ を無限地山の L_2 上に作用させ、その境界を満足する解析関数を $\varphi^*(z), \psi^*(z)$ とするとそれぞれ次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi^*(z) &= -\left\{ \frac{C_0 + i d_1}{8(1-\nu)} a \log z - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n-1} \frac{C_n + i d_n}{2} \frac{1}{z^{n-1}} \right\} \\ \psi^*(z) &= -\left\{ -\frac{3-4\nu}{8(1-\nu)} (C_1 - i d_1) a z \log z + C_0 a^2 \log z + \frac{a^2}{2} \frac{C_1 + i d_1}{2(1-\nu)} \frac{1}{z} - \frac{C_1 + i d_1}{2} \frac{1}{z} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a^n}{n} \left\{ \frac{C_n + i d_n}{2} - \frac{C_n + i d_n}{2(n+1)} \frac{1}{z^n} \right\} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

上述の様に領域 (D) 内で $Q^*(z)$ を定義し、 L_1 を越えて (D^*) へ解析接続することより、 $\varphi^*(z), \psi^*(z)$ が得られる。明らかに $\varphi_0^*(z) + \varphi_1^*(z), \psi_0^*(z) + \psi_1^*(z)$ は L_1 上の境界条件を満足するけれども、付加関数 $\varphi_1^*(z), \psi_1^*(z)$ は L_2 上の境界条件を乱すので、次にこれを (D^*) 領域へ解析接続をする。その結果 $\varphi_2^*(z), \psi_2^*(z)$ を得る。次にこれを (D^*) へ……というふうに収束するまで解析接続を繰り返して行き真の解析関数はこれらの和として次の様になる

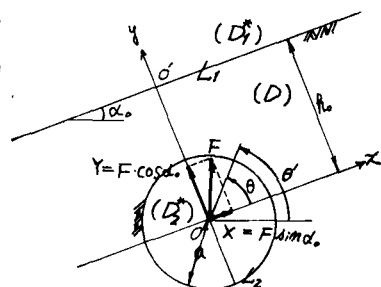


図-1

$$\varphi^*(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_j^*(z), \quad \varphi_j^*(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_j^*(z)$$

これより地山の性質と変位及び応力乱れが計算され、この応力乱れと重力減荷を考慮して初期応力とを加え合
わすことよりトンネル周削後の応力が求まる。

C. 解析結果とその考察

図-2は地表面における変位成分 u_x, u_y を表わしたものである。
地山が傾斜するにつれて u_y の絶対量はそれ程変化がなないけれど
も u_x が大きく変れることがわかる。垂直深さ z は、 $d = u_x \sin \alpha_0$
+ $u_y \cos \alpha_0$ で与えられることより、この図から傾斜角が大きくなるに
つれて深さの最大長が0より上部方向に移動してゆく、それにその量
も大きくなっている。また傾斜が増大してくると斜面下部においては
 u_y が正の値を取ることもより、トンネル掘削によって地表面が4方
向に盛り上がるという興味ある傾向が示されている。図-3(A)(B)
はトンネル壁面の変位、 u_r, u_θ を表わしたものである。 u_r, u_θ と
トンネル上半部の方が下半部に比較してかなり大きな変位が出ている。
特に u_θ では上部山側の変位が傾斜とともに影響を受けることが
わかる。 u_r, u_θ と、傾斜角の増加とともに下半部の変位出現が上
半部方向に移動してゆく。図-4はトンネル中心から地表面までの距
離 h とトンネル半径 a との関係が変位出現に及ぼす影響を及ぼす可
くを見え図である。トンネルが地表面に接近してくるにつれて u_r, u_θ
とも底部においてその出現が少くなる反面上部においては増加してく
る。

D. 結論

鏡像原理によってトンネル周辺部の変位挙動を調べたのであるが、
自由表面とトンネル周辺にそれぞれ一回解析接線を付けた解析関数
を用いた。 $h_0/a = 2.0$ の場合に対して岩蔵、伊藤の応力値と一致し
たので二回の接線で充分精度が上げられにものと思う。また鏡像原理
を用いれば、一般の多連節境界値問題を容易に解くことが出来、この
原理の利用価値は大きいものと思われる。

E. 参考文献

- 1) 森口繁一：2次元弾性論、岩波講座、現代応用数学、1957、
- 2) 伊藤昌雄：傾斜面下に掘ったトンネルの周辺応力について、土木
学会誌 Vol. 36-2

