

京都大学工学部 正員 黒田勝彦

京都大学大学院 学生員 O鈴木正敏

1. はじめに 材料の不均質性を確率論的に取り扱った研究は従来数多くなされている。本研究は土材料による地盤の不均質性を同様に確率論的に取り扱うものである。不均質性を確率論的に取り扱う場合、重要なことは、確率空間の構成であり、確率モデルの設定である。ここでは、不均質性を確率論的に定量化する際に前提となる確率空間の構成について述べ、不均質性の程度を定量化するとともに、不均質性の程度が盛土の破壊の可能性に及ぼす影響について検討する。

2. 不均質性と確率空間 対象とする現象(すべり、沈下 etc)が発生する領域で、工学的に一樣として取り扱える地盤の範囲を V と表記する。現象を支配する力学的状態量 x は、 V 内において唯一の値をとるのではなく、位置的にばらついている。いま、 V 内の位置を添字 i で示し、 x がばらつかない最小の体積要素を V_i とする。 V_i には状態量 x の真値 e_i が固有の値として存在している。 V 内の V_i の個数を N ($1 \leq N < \infty$)とすると N 個の e_i の存在の仕方が地盤の特定の状態を決定する。われわれは、個々の e_i を知ることは出来ず、ある手段を通じて e_i に関する計測値 X_i を得ることが出来る。このとき、 X_i は真値 e_i のまわりに偏差 u_i をもつばらつき、その出現の仕方は偏りがない場合、周知のガウス分布に従う。即ち X_i はポ ール確率空間を構成する。 X_i は次式で与えられる。

$$X_i = e_i + \sigma_i u_i \quad (1)$$

上式において u_i は $N(0, 1)$ 型確率変数である。さて、 e_i は位置 i に固有の状態量であるが、図-1に示すように $\{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iN} \dots\}$ の統計的性質が $\{v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1N} \dots\}$ なる地盤内の統計的性質に等しい(エルゴード仮説)と考えると、特定の地盤 V における v_i の値 e_i の出現の仕方は集合 $\{e_1, e_2, \dots, e_N\}$ が構成する標本空間から導かれる特定の確率測度も有する。筆者の一人が検討した結果によると、 e_i は正規分布ないしは対数正規分布に近似出来る。簡単のため正規分布に従う場合について述べると、 e_i は次式で与えられる。

$$e_i = \mu_c + \sigma_c u_i \quad (2)$$

但し、 μ_c, σ_c は集合 $\{e_i\}$ の母平均と母標準偏差、 u_i は $N(0, 1)$ 型の確率変数で一般には u_i と独立である。以上が計測値 X_i と状態値 e_i の確率空間構成と確率モデルである。

3. 不均質性の程度と現象の確率 現象 g が e_i の線形結合で決定される場合を考える。この場合、 $g = \sum_{i=1}^N a_i e_i$ (N は現象 g に関連する V 内の V_i の個数であり $1 \leq N \leq N < \infty$ (a_i は定数))、は e_i の統計的性質に依存するので、 e_i なる確率変数のコンボリューション(Convolution)であり、いまの場合、正規確率変数となる。その g の期待値 E と分散 V は u_i が互いに独立な場合次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} E[g] &= \int \dots \int \left(\sum_{i=1}^N a_i e_i \right) \prod_{i=1}^N \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_c} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{e_i - \mu_c}{\sigma_c} \right)^2 \right] \right) de_1 \dots de_N = \sum_{i=1}^N a_i \mu_c \\ V[g] &= \int \dots \int \left(\sum_{i=1}^N a_i e_i - \sum_{i=1}^N a_i \mu_c \right)^2 \prod_{i=1}^N \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_c} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{e_i - \mu_c}{\sigma_c} \right)^2 \right] \right) de_1 \dots de_N = \sum_{i=1}^N a_i^2 \sigma_c^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(3)式は、地盤 V 内で e_i のばらつきがある場合、すなわち、 σ_c が有限値である場合、現象 g は平均値 μ_c のみ

るなく、分散 σ^2 によつて支配されることを意味している。つまり、現象 q がばらついてくることを意味している。
 (3)式において、 $N=1$ の場合($V=V'$ の場合)には、 $\sigma^2 = \sigma_c^2$ であるの、地盤は完全に均質であると考えられ、 V に固有の値 μ_c のみが現象 q を支配する。この場合は、 V からの n 個の計測値群 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ から μ_c を推定すればよい。一方、 $N \rightarrow \infty$ ($N \rightarrow \infty$)の場合には、 Q_c が収束列であるとき(3)式は極限值が有限となるから、現象 q の分布は一定の分布に近づくが、分散の場合は Q_c であるの、収束は平均値の場合よりも速い。以上の考察により、不均質性の程度は N の大きさによつて表現でき、現象 q の確率的性質が N 、 N の大きさによつて支配されることば定量化できた。これらを実際の場合に適用するには、(1)、(2)式を用いた μ_c 、 σ_c^2 の推定値問題を考慮しなければならないが、紙数の都合上、省略する。

4. 不均質地盤上の盛土の破壊確率 前述の議論を不均質地盤上に盛土を建設する場合について適用してみる。考える現象 q を図-2に示すような急激な荷重による盛土のすべり破壊とする。すべり現象を安全率 $F_s < 1.0$ とすると、円弧すべりの場合、転倒モーメント M_o がばらつかない場合、抵抗モーメント M_R は、円弧の半径 R とすると、 $M_R = \sum_{i=1}^N R \cdot c_i \cdot l_i$ (但し c_i はこの場合、非排水強度とする) と与えられるから、(3)式の Q_c は、 $Q_c = \frac{R}{M_o} \sum_{i=1}^N c_i \cdot l_i$ と与えられる。地盤が均質の場合は $N=N'=1$ であるの、 $Q_c = \frac{R \cdot l}{M_o}$ (l は円弧が地盤を切る長さ)となり、 F_s は μ_c によつて一義的に決まる。以下に示す数値計算は $(F_s = R \cdot l \cdot \mu_c / M_o)_{\min} = 1.0$ となるように $\mu_c = 1.414 \text{ t/m}^2$ と固定し、 $\sigma_c = 0.420 \text{ t/m}^2$ と行なった。想定した地盤は図-4に示すように、 c_i が正規分布し、またランダムに地盤が構成されている場合とした。計算は地盤の広がり V を一定にし、 V 内の N の個数 N を変化させ、各 N に対して、例えば図-4のようになる正規変数を地盤内に割り振る、その都度 F_s を計算し、 $F_s < 1.0$ となる場合を破壊、 $F_s \geq 1.0$ となる場合を非破壊とした。各 N に対し、地盤の構成は300~400回行ない、そのうちの破壊した個数の割合を破壊確率として計算した。結果の一例を図-3に示した。この図よりわかるように、地盤が均質($V=V'$, $N=N'=1$)の場合は破壊確率0であるものの、同一の平均値 μ_c と標準偏差 σ_c をもった不均質地盤においては、破壊の可能性が急激に増大し、 V/V' のある値を越えると、すなわち、不均質性の程度が著るしくなり N' 、 N が充分大きくなつていくと、破壊確率は再び0に近づいていく様子がわかる。

これは、(3)式において、 N' が大きくなつていくと、 $\sum_{i=1}^{N'} \sigma_c^2$ が小さくなっていくため、前述した考察を裏付けているものであると考えられる。他の計算例については講演時に発表したい。
 参考文献

- 1) 松尾 隆、黒田 勝彦(盛土建設のための土質調査の安全性に関する研究) 土木学会論文報告集196号 '71

